

Laborationsinformation

TAOP33 Kombinatorisk optimering, HT19

Projekt 3: Optimering av utbyggnad av Sveriges elnät med Bendersdekomposition

1 Uppgift

Uppgiften i projekt 3 är optimera utbyggnaden av Sveriges elnät. Ni ska formulera problemet som en matematisk optimeringsmodell, med variabeldefinitioner, bivillkor och målfunktion, och sedan lösa problemet med Bendersdekomposition.

Ni kan använda Vineopt för att lösa subproblemen som minkostnadsflödesproblem. Masterproblemet löses med GLPK (dvs. GMPL och glpsol).

2 Att göra

1. Studera beskrivningen av problemet.
2. Studera hur Vineopt kan användas.
3. Formulera problemet som en matematisk optimeringsmodell.
4. Studera metoden Bendersdekomposition i kompendiet Holmberg: Introduktion till matematiska dekompositionsmetoder för strukturerade optimeringsmodeller, samt avsnittet om flödesproblem med fasta kostnader.
5. Gör nödvändiga formuleringar för att lösa problemet med Bendersdekomposition. Formulera subproblemet och masterproblemet, beskriv hur data skickas fram och tillbaka mellan dem, och specificera vilka data som behövs för att beräkna snitten. Läs noga avsnitt 4.3.1 i dekompositionskompendiet, och fundera över hur den "duala konstanten" ska användas.
6. Studera nätverket *sweden-el* i Vineopt, speciellt käll-/sänkstyrkor samt var de möjliga utbyggnaderna som nämnts ovan finns. Observera möjligheterna att zooma (ctrl+/-) samt att förflytta bilden av nätverket med musmittknappen nedtryckt.
7. Lös problemen enligt vad som sägs senare.
8. Redovisa genom att skriva en rapport om resultaten som svarar på alla frågor och kan läsas av både en som inte kan optimering och en som kan det och är nyfiken på hur ni gjorde. Inkludera alla iterationsdata samt åtminstone sista masterproblemet numeriskt.
9. Ev: Förbered en redovisning av resultaten/rapporten.

3 Problembeskrivning

En allmän beskrivning av Sveriges elnät ges separat.

Detta projekt syftar till att besvara frågan om hur man ska bygga ut elnätet för att klara ökad efterfrågan.

Man funderar på att bygga nya länkar eller att öka kapaciteten på befintliga länkar. Ett flertal olika möjligheter för utbyggnad finnes. Alla kan inte realiserats, dels på grund av budgetbegränsningar men också av praktiska orsaker.

Detta blir ett flödesproblem med fasta kostnader, vilket ibland kallas nätverksdesignproblem, men inte med olika varusorter, eftersom all el är av samma sort och utbytbar.

Nätverket som behandlas är en något förenklad version av det verkliga.

Metoden som ska användas är primal matematisk dekomposition, nämligen Bendersdekomposition. Man fixerar vilka utbyggnader som ska göras, löser resulterande minkostnadsflödesproblem med Vineopt och noterar duallösningen (nodpriserna). Med hjälp av dessa formuleras ett mindre masterproblem där ett nytt, bättre förslag på utbyggnad erhålles. Masterproblemet löses med hjälp av GMPL.

3.1 Indata

Det nuvarande nätverket finns tillgängligt i Vineopt-format (som riktad graf med bågkostnader, kapaciteter och käll-/sänkstyrkor), med namnet *sweden-el*. Det har 54 noder och 141 länkar. Bågkostnaderna är väsentligen längden på sträckorna. De möjliga utbyggnaderna motsvarar ett antal bågor som redan finns i nätverket, men har kapacitet noll.

Var och en av dessa bågor kan införas i nätverket med kapacitet 50 till en fast kostnad 300 (per båge). De fasta kostnaderna får man hålla redan på för hand vid sidan av. Observera att de inte är linjära kostnader som funktion av flödet, och därför inte kan införas som bågkostnader.

Om man vill evaluera en viss utbyggnad, kan man sätta kapaciteten på motsvarande båge till 50 och lösa om minkostnadsflödesproblemet med Vineopt, och lägga till 300 till målfunktionsvärdet efteråt.

Teoretiskt kan man tänka sig att på detta sätt evaluera alla möjliga kombinationer av utbyggnader. I praktiken är det bara möjligt för ett fåtal möjliga utbyggnader. För två möjliga utbyggnader finns fyra kombinationer (ingen, bara den första, bara den andra, båda). Man får alltså lösa fyra minkostnadsflödesproblem för att finna den bästa kombinationen, dvs. för att lösa problemet. För tre möjliga utbyggnader finns 8 möjligheter, vilket fortfarande kan vara hanterbart, men för 7 möjliga utbyggnader finns $2^7 = 128$ kombinationer.

Vi beaktar två olika utbyggnadscenarior. Det första är att bågarna (10, 9) och (14, 20) är möjliga att bygga. Det andra är att bågarna (9, 22), (10, 9), (14, 20), (40, 33), (40, 39), (49, 50) och (51, 46) är möjliga att bygga.

3.2 Hjälpmedel

Vineopt har en speciell funktion som hjälper till i detta fall. Under menyn **Check** finns **Calc dual constant**. Denna konstant är i princip duallösningen multiplicerad med högerleden, i detta fall nodpriser gånger nettosänkstyrka minus dualvariablerna för kapaciteterna gånger kapaciteterna. Detta gör att bara (de få) bågarna med positiva fasta kostnader behöver hanteras för hand.

När det gäller ändringar av kapaciteter, rekommenderas "Tabular change".

För att lösa Benders masterproblem (ett blandat heltalsproblem) föreslås GLPK, dvs. att man formulerar problemet i GMPL och löser det med `glpsol`. Ni rekommenderas att behålla de fasta kostnaderna i målfunktionen istället för att införa dem i snitten.

Överföring av data (y från masterproblemet till subproblemet, β från subproblemet till masterproblemet) får göras för hand. Detta gäller även uträkning av snitt till masterproblemet. Glöm inte att hålla koll på övre och undre gränser.

4 Deluppgifter

1. Lös *sweden-el* som ett minikostnadsflödesproblem för att evaluera nuvarande situation. Notera målfunktionsvärde.
2. Antag att kapaciteten på *en* existerande länk kan höjas med 5 enheter. Finn det mest lovande alternativet med hjälp av lösningen i föregående uppgift. (Tips: Använd reducerade kostnader.)

Observera att de länkar som skulle kunna byggas ut (och som finns med i nätverket med kapacitet noll) inte kan väljas.

Inför ändringen och kontrollera huruvida den förutspådda förbättringen äger rum.

(Ändra tillbaka innan nästa uppgift.)

3. Betrakta utbyggnadsscenario ett, dvs. där länkarna (10, 9) och (14, 20) är möjliga att bygga. Finn det bästa lösningen genom att lösa varje möjlig kombination med Vineopt. Notera målfunktionsvärde.

(Ändra tillbaka innan nästa uppgift.)

4. Betrakta istället utbyggnadsscenario två, dvs. där länkarna (9, 22), (10, 9), (14, 20), (40, 33), (40, 39), (49, 50) och (51, 46) är möjliga att bygga.

Lös problemet med Bendersdekomposition. Använd Vineopt till subproblemen och GLPK till masterproblemet. Var noga med att beräkna övre och undre gräns i varje iteration (glöm ej konstanterna), och beskriv beräkningen av snitten.

Lös först till noggrannheten 1%, och notera bästa funna lösning samt målfunktionsvärde.

Lös sedan till optimalitet, och notera optimal lösning och målfunktionsvärde.

5. Betrakta problemet i föregående deluppgift. Antag att högst två länkar får byggas. Förklara varför alla de kända Benderssnitten i masterproblemet kan användas. Finn ny optimallösning (utan att börja om från början).