

TAOP61/TEN 1
OPTIMERING AV REALISTISKA SAMMANSATTA SYSTEM

Datum: 13 januari 2016
Tid: 8.00-13.00
Hjälpmedel: Miniräknare
Kurslitteraturen: Kaj Holmberg: *Optimering*
Kaj Holmberg: Introduktion till matematiska dekompositionsmetoder
Anteckningar i böckerna får förekomma.

Antal uppgifter: 8
Antal sidor: 5
Uppgifterna är *inte* ordnade efter svårighetsgrad.
Totalt antal poäng är 40. För godkänt krävs 16 poäng.

Examinator: Kaj Holmberg
Jourhavande lärare: Kaj Holmberg, tel 013-282867

Resultat meddelas per e-post

Tentamensinstruktioner

När Du löser uppgifterna

Redovisa dina beräkningar och din lösningsmetodik noga.

Motivera alla påståenden du gör.

Använd de standardmetoder som ingår i kursen.

Skriv endast på ena sidan av lösningsbladen. Använd inte rödpenna.

Behandla endast en huvuduppgift på varje blad.

Vid skrivningens slut

Sortera dina lösningsblad i uppgiftsordning.

Markera på omslaget vilka uppgifter du behandlat.

Kontrollräkna antalet inlämnade blad och fyll i antalet på omslaget.

Tentan består av två delar. Den första behandlar metoder i allmänhet, och innehåller teori och beräkningar. Den andra behandlar projekten. Till den delen finns inte alltid svar som är rätt eller fel, och i sådana fall belönas en tydlig diskussion som visar relevanta kunskaper.

Uppgift 1

Sven Svensson från Mjölby ska gå på mellandagsrea i Linköping. Hans bil klarar bara av 80 kg extralast, så Sven måste välja mellan varorna. Han har sett ut en stor TV, en stationär dator, en diskmaskin och en dammsugare som intressanta varor, men inser besviket att allt inte kan tas med. Nedanstående tabell anger hur mycket varje vara väger, samt hur stort värde Sven skulle sätta på produkten (relaterat till det pris som endast gäller denna dag).

Vara	Vikt (kg)	Värde
TV	30	10
Dator	20	12
Diskmaskin	40	7
Dammsugare	10	5

Sven vill bestämma vilka saker han ska köpa, så att det totala värdet maximeras, men bilen inte överlastas (dvs. så att allt inte väger mer än 80 kg).

- Formulera optimeringsproblemet som ett kappsäcksproblem, med variabeldefinition, bivillkor och målfunktion. (Kalla variablerna x .) (1p)
- Ange alla nödvändiga definitioner för att lösa problemet med dynamisk programmering. Ledning: Räkna med hela enheter av 10 kg. Lös problemet. Ange svar. (3p)
- Sven kommer på att han också måste ta med julsinkan hem, vilken väger 10 kg, så han kan bara lasta på 70 kg till. Vilken lösning blir nu bäst? (1p)

Uppgift 2

Betrakta kappsäcksproblemet i uppgift 1. (Formulera kappsäcksbivillkoret i hela enheter om 10 kg. Alternativt får man dividera nedanstående u -värden med 10.)
Tips: Gör om till min-problem.

- Applicera Lagrangerrelaxation på problemet. Lös subproblemet för $u = 0$, $u = 4$ och $u = 6$. Beräkna subgradient, undre gräns och ev. övre gräns i varje punkt. Ange de bästa övre och undre gränserna som fås. Vet man huruvida optimum har uppnåtts? (Information från lösningen i uppgift 1 får inte användas.) (3p)
- Avgör genom att studera Lagrangerrelaxationen för vilka värden på u subproblemet ger samma x -lösning som för $u = 4$. (2p)

Uppgift 3

Betrakta LP-relaxationen av kappsäcksproblemet i uppgift 1 och 2, dvs. där $0 \leq x \leq 1$. (Formulera igen kappsäcksbivillkoret i hela enheter om 10 kg.)

a) Antag att problemet ska lösas med Dantzig-Wolfedekomposition (med samma relaxation som i uppgift 2). Formulera sub- och masterproblem för detta problem, med $x^{(l)}$ som funna subproblemlösningar. Beskriv kortfattat lösningsmetodiken, samt vilka övre och undre gränser som fås. (1p)

b) Beräkna Dantzig-Wolfesnitten som fås av punkterna som erhöles i uppgift 2, och sätt upp masterproblemet med aktuella siffror. (Använda subproblemlösningarna m.m. från uppgift 2.) Lös masterproblemet grafiskt. Ange optimalt u samt de bästa övre och undre gränser man nu har. (3p)

c) Lös subproblemet för det u som uppgift 3b gav. Ange de bästa övre och undre gränser man nu har. Fås ett nytt snitt? (1p)

d) Sätt upp dualen av masterproblemet, och finn optimallösningen (λ). Ledning: Utnyttja komplementaritetsvillkoren. Beräkna den resulterande x -lösningen mha. λ . Är det optimum? (2p)

e) Förklara varför det bästa u man fick i uppgift 2 inte är bra nog i uppgift 3. (1p)

Uppgift 4

Betrakta Sven Svenssons problem i uppgift 1. Han funderar på att hyra en släpkärra för att få med mer varor från mellandagsrean. Släpkärran kostar 20 (i samma enhet som värdet för varorna i uppgift 1) och gör att han kan ta med ytterligare 40 kg.

Detta gör att det tillkommer en binär variabel, y , till modellen i uppgift 1a. Dessutom tar han bort kravet på att högst en vara av varje sort får tas med. (Grannen Pär Pärsson är alltid intresserad av bra erbjudanden.)

a) Sven kommer på den något bisarra idén att lösa problemet med Bendersdekomposition. Det innebär att han inte kan kräva att x måste vara heltal, men det ser han inte som ett problem.

Hjälp Sven att formulera sub- och masterproblem för detta problem, med $u^{(l)}$ som funna duallösningar till subproblemet. Beskriv kortfattat lösningsmetodiken, samt vilka övre och undre gränser som fås. (1p)

b) Lös subproblemet för $y = 0$ och beräkna Benderssnittet för den erhållna lösningen. Lös Benders masterproblem grafiskt. Notera de övre och undre gränser

som fås. Lös subproblemet i punkten masterproblemet gav. Fås ett nytt snitt? Notera igen de övre och undre gränser som fås, samt ange den bästa funna tillåtna lösningen. (3p)

c) Sven funderar lite över hur många Benderssnitt som kan finnas till detta problem. Han konstaterar först att subproblemet inte saknar tillåten lösning (dvs. har obegränsat dualt optimum) för något värde på y , så tillåtenhetssnitt behövs ej. Sedan kör han fast.

Hjälp Sven genom att studera det tillåtna området till LP-dualen av subproblemet. Hur många extrempunkter har detta område, och vad betyder det för antalet Benderssnitt? (2p)

Uppgift 5

Utgå från projekt 1, Returpack.

a) Företaget Returpack har inte som mål att gå med vinst, men är inte statligt. Det finns regeringskrav på att återvinningen ska vara 90%, och Returpack lägger ner en hel del pengar på att öka återvinningen. Föreslå hur man skulle kunna få Returpack att fungera efter kortsiktiga rent ekonomiska principer (dvs. ha som mål att maximera vinsten) med hjälp av förändrade kostnader eller andra avgifter, så att det blir kortsiktigt lönsamt att sträva mot ökad återvinning. Diskutera även förändringar som troligen inte hjälper. (2p)

b) Föreslå ett sätt att angripa problemet med en dekompositionsmetod (dvs. Lagrangerrelaxation, Dantzig-Wolfedekomposition eller Bendersdekomposition). Vad ska relaxeras/fixeras? Hur ska subproblemen lösas? (3p)

Uppgift 6

Utgå från projekt 2, laddhybrid.

a) Antag att färdvägen inte är helt fixerad, utan att det finns ett fåtal möjliga alternativvägar mellan start- och slutpunkterna. (Så är det ju ofta i verkligheten.) Man vill då bestämma vägen samtidigt som man bestämmer framdrivningsalternativ. Beskriv hur detta skulle kunna göras med samma typ av metod, nämligen dynamisk programmering. Var noga med att definiera tillstånd och styrning mm. Diskutera hur effektiv metoden blir. (3p)

b) Beskriv hur bensinen skulle kunna tas med i problemet och metoden. Antag att vi inte vill stanna och tanka, utan kräver att bensinen ska räcka hela vägen.

Hur kan detta hanteras i dynamisk programmering? Ge detaljer. (2p)

Uppgift 7

Utgå från projekt 3, Sveriges elnät.

Antag att varje möjlig utbyggnad består av flera delar, av vilka man kan göra en, flera eller alla. Hur påverkas optimeringsmodellen av detta? Hur påverkas lösningsmetoden? Man kan anta att det finns begränsningar av typen “del 3 kan bara göras om del 1 och/eller del 2 är gjorda”. Hur kan dessa formuleras som bivillkor? Hur påverkas lösningsmetoden och dess effektivitet av detta? (3p)

Uppgift 8

Utgå från projekt 4, snöröjning.

Beskriv det ni gjorde för hand i Vineopt för att förbättra lösningen från Snowplan för snöröjningen i Vadstena. Beskriv steg för steg vad ni gjorde. Vad av detta skulle gå enkelt att implementera i en datorkod, och vad skulle vara krångligare?

Alternativt kan man besvara frågan för något man skulle kunna göra (men kanske inte gjorde). (3p)