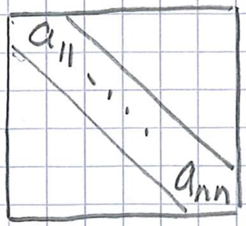
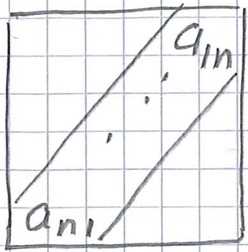
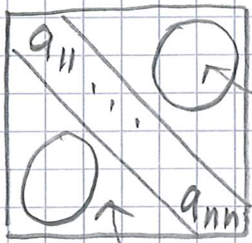
Kvadratiska matriser $(a_{ij})_{n\times n}$



huvuddiagonalen

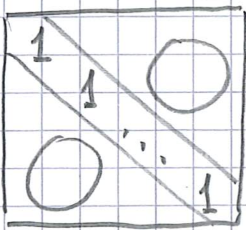


bidiagonalen

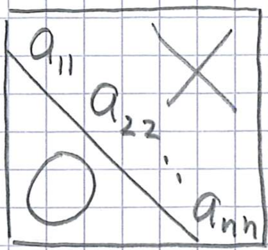


en **diagonalmatris**

(nollor utanför huvuddiagonalen)

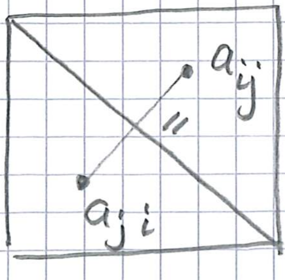


en **enhetsmatris**



en **övertriangulär** matris

(resp. **undertriangulär**)



en symmetrisk matris

(speglingen i huvuddiagonalen ändrar ej matrisen)

Addition o multiplikation med en konstant.

- $A = (a_{ij})_{\underline{\underline{m \times n}}}$, $B = (b_{ij})_{\underline{\underline{m \times n}}}$

$A + B = C$, där $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ $\forall i,j$.

- $k \cdot A = D$, där $d_{ij} = k \cdot a_{ij}$ $\forall i,j$

Sats (Egenskaper)

(1) $A + B = B + A$ (2) – (8)

Bevis $(VL)_{ij} = a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij} = (HL)_{ij}$

Analogt med övriga.

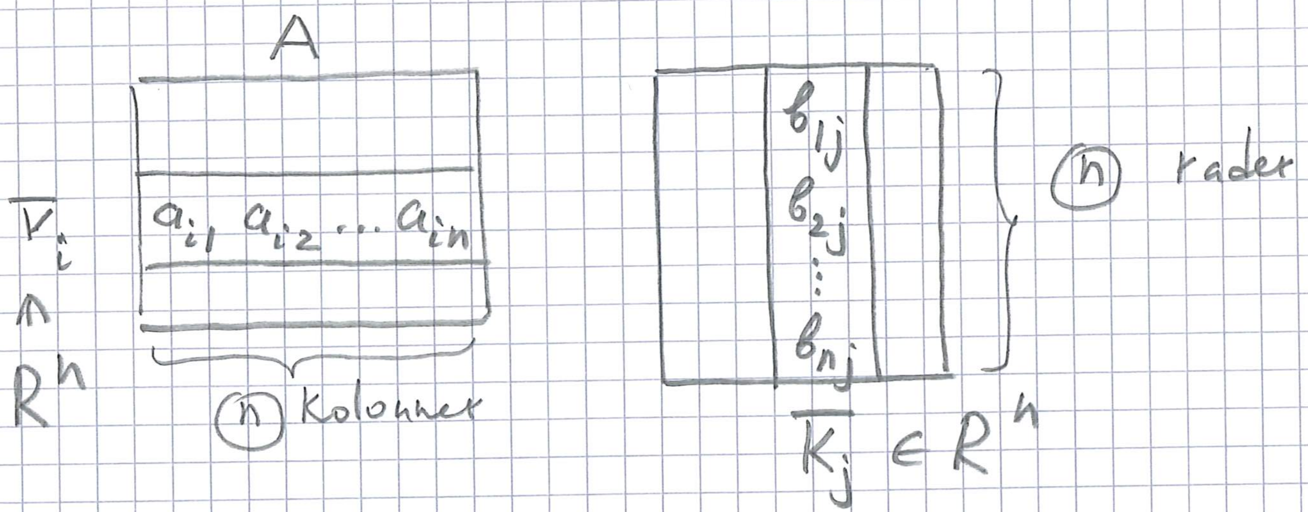
Följd: Mängden av alla matriser av typ $m \times n$ med operationerna ovan utgör ett vektorrum.

Produkten av två matriser

$A = (a_{ij})_{m \times \underline{\underline{n}}}$ o $B = (b_{ij})_{\underline{\underline{n}} \times k}$

$A \cdot B = C$ är en matris av typ $\underline{m \times k}$

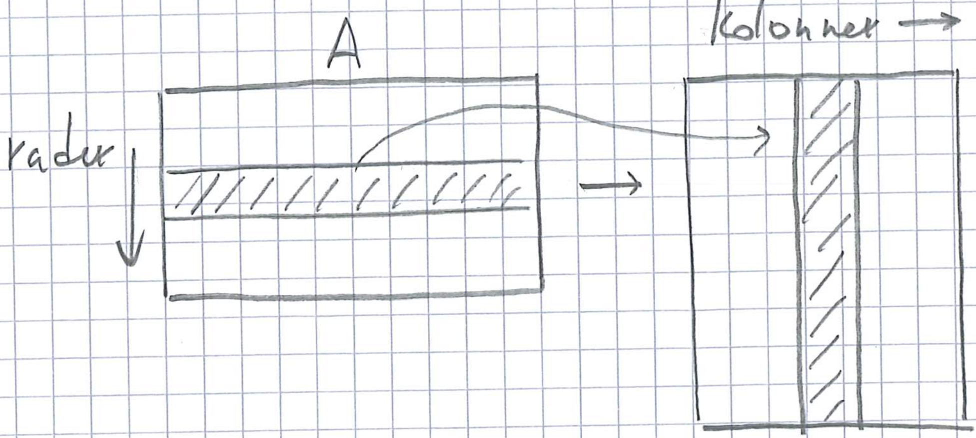
s.a. $\underline{c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \ldots + a_{in} \cdot b_{nj}}$



En tolkning: $c_{ij} = \bar{r}_i \cdot \bar{K}_j$

(skalärprodukten)

Transponering $\quad A \to A^T = B$



$$\boxed{b_{ij} = a_{ji}}$$

Sats (Egenskaper)

(2) $(k\cdot A)\cdot B = k\cdot(A\cdot B)$

Bevis: $(VL)_{ij} = (k\cdot \bar{r}_i)\cdot \bar{k}_j = k\cdot(\bar{r}_i\cdot\bar{k}_j) =$

$= (HL)_{ij}$

(6) $(A+B)^T = A^T + B^T$

Bevis: $(V.L.)_{ij} = (A+B)_{ji} = a_{ji} + b_{ji}$

$= (A^T)_{ij} + (B^T)_{ij} = (A^T + B^T)_{ij}$

Radrum, Kolonnrum o nollrum till en matris

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

$\bar{r}_1 \in R^n$

$\vdots$

$\bar{r}_m \in R^n$

m rader

$\bar{K}_1 \in R^m \quad \dots \quad \bar{K}_n \in R^m$

n kolonner

Radrummet till $A = \{\lambda_1 \cdot \bar{r}_1 + \dots + \lambda_m \cdot \bar{r}_m : \lambda_i \in R\}$

ett underrum till R^n

Analogt, **Kolonnrumet** till A är ett underrum till R^m.

Nollrummet till $A = \{\bar{x} \in R^n$ s.a. $A \cdot \bar{x} = \bar{0}\}$.

Obs • om $A\bar{X} = \bar{0}$ o $A \cdot \bar{Y} = \bar{0}$ så är

$$A(\bar{X} + \bar{Y}) = \bar{0}$$

• $$A(\lambda \cdot \bar{X}) = \bar{0}$$

nollrummet är ett underrum till R^n