

ÖVNING 11 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

1. Hur många permutationer har mängden $M_4 = \{1, 2, 3, 4\}$? Ange samtliga.

Svar: 24

2. Visa att antalet av alla permutationer av mängden $M_n = \{1, 2, \dots, n\}$ är $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ (Tips: använd induktion).

3. Låt $P_1 = \{4, 3, 2, 1\}$, $P_2 = \{1, 3, 4, 2, 5\}$, $P_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ vara permutationer. Avgör vilka av dem är jämna och vilka av dem är udda.

Svar: alla jämna.

4. Beräkna enligt definitionen determinanter av följande matriser:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Svar: 24; 30; -480

5. Finn värde på k s.a. $\det A = 0$, där

$$A = \begin{pmatrix} k-2 & 1 \\ -5 & k+4 \end{pmatrix}$$

Svar: $k = -3, 1$

6. Använd inspiration för att lösa ekv

$$\det \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 16 \end{pmatrix} = 0$$

Svar: $x_1 = 1, x_2 = -4$

7. Finn underdeterminanter D_{11} , D_{21} , D_{33} och algebraiska komplement A_{11} , A_{21} , A_{33} hos matrisen

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Svar: $D = 19; -21; 4$. $A = 19; 21; 4$.

8. Utveckla determinanten av $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ efter 1:a raden, 3:e raden, 2:a kolonnen

$$\text{Svar: } \det = (-3) \cdot 25 + 0 \cdot (-11) + 7 \cdot 5 = (-1) \cdot (-35) + 0 \cdot 17 + 5 \cdot (-15) = 0 \cdot (-11) + 5 \cdot (-8) + 0 \cdot 17 = -40;$$

9. Beräkna determinanter av följande matriser $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix} \text{ hur ni vill.}$$

$$\text{Svar: } A = -66, B = 0.$$