

ÖVNING 14 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

1. Låt P vara den ortogonala projektionen av planet på linjen $x + 2y = 0$. Är P inverterbar? Låt V vara en vridning av rummet kring linjen $x = t, y = 2t, z = 3t$. Är V inverterbar? Svara av inspiration.

Svar: Nej; Ja.

2. Vilka av matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 6 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

är inverterbara?

Svar: A ;

3. Finn inversen till

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Svar: $A^{-1} = A$;

4. Anta att A^{-1} existerar.

- (i) Vad är A om $A^2 = A$? Svar: $A = E$.
 (ii) Vad är A^{-1} om $A^3 = A$? Svar: $A^{-1} = A$
 (iii) Visa att $BA^{-1} = A^{-1}B \iff AB = BA$. Ledning: multiplicera första likheten med A från vänster och höger.

5. Låt B vara kvadratisk. Visa att $(E - B)^{-1} = E + B + B^2 + B^3 + B^4$ om $B^5 = 0$, där E är enhetsmatrisen och 0 är nollmatrisen.

Ledning: Finn produkten $(E - B) \cdot (E + B + B^2 + B^3 + B^4)$.

6. Vilka av matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

är ON -matriser?

Svar: C .

7. Finn A^{-1} om

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

$$\text{Svar: } A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

8. Anna räknade $\det(A)$ från föregående uppgiften och fick $\frac{3}{4\sqrt{6}}$. Har hon rätt? Motivera svaret av inspiration.

Svar: Nej.

Ledning: Obs A är en ON-matris.