

ÖVNING 17 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

1. Skriv följande kvadratiska former som produkter X^tAX , där A är en symmetrisk matris,

(i) $x_1^2 + 2x_2^2, -3x_1^2 + 4x_2^2 + 11x_3^2, -x_1^2 - 3x_2^2$;

Svar: $(x_1, x_2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} (x_1, x_2)^t, (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} (x_1, x_2, x_3)^t,$

$(x_1, x_2) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} (x_1, x_2)^t$

(ii) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2, 7x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2^2, 5x_1^2 - x_1x_2 + 2x_2^2$.

Svar: $(x_1, x_2) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} (x_1, x_2)^t, (x_1, x_2) \begin{pmatrix} 7 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix} (x_1, x_2)^t,$

$(x_1, x_2) \begin{pmatrix} 5 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix} (x_1, x_2)^t$

2. Finn största och minsta värde av kvadratiska former från uppgift 1 under villkoret $|\bar{x}| = 1$. Ange också de \bar{x} med villkoret $|\bar{x}| = 1$ på vilka maximum och minimum antas.

Svar: max = 2 (antas på $\pm(0, 1)$), min = 1 (antas på $\pm(1, 0)$) o s v

3. Avgör karaktär av kvadratiska former från uppgift 1.

Svar: (i) pos. def., indef.; neg.def.

(ii) indef.; pos. def.; pos. def.

4. Rita följande andragsgradskurvor:

(i) $x_1^2 + 2x_2^2 = 1, x_1^2 - 3x_2^2 = 1,$

(ii) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 1, 5x_1^2 - x_1x_2 + 2x_2^2 = 1.$