

ÖVNING 3-4 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

1. Förenkla $(2\bar{u} + 3\bar{v}) \times (2\bar{u} - 3\bar{v})$. Svar: $12 \cdot (\bar{v} \times \bar{u})$
2. Låt $\bar{u} = (1, 2, 3)$, $\bar{v} = (0, 2, 1)$ och $\bar{w} = (1, 4, 0)$.
 - (a) Finn $\bar{v} \times \bar{w}$, $\bar{u} \times (\bar{v} \times \bar{w})$. Svar: $(-4, 1, -2), (-7, -10, 9)$
 - (b) Finn arean av parallelogram som spänns av vektorerna \bar{v}, \bar{w} .
Svar: $\sqrt{21}$
 - (c) Ange en vektor \bar{r} s.a. vektortrippel $(\bar{v}, \bar{w}, \bar{r})$ är ett vänster system.
Svar: $(4, -1, 2)$
3. Låt $A(1, 1, 1), B(2, 3, 4), C(4, 3, 2)$ vara punkter med koordinater i ett högerorienterat ON-koordinatsystem.
 - (a) Finn arean av triangeln ABC. Svar: $2\sqrt{6}$
 - (b) Finn avstånd mellan B och den rätta linje som går genom punkterna A och C . Svar: $4\sqrt{\frac{3}{7}}$
4. Antag att $\bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w}) = 3$. Finn $\bar{u} \cdot (\bar{w} \times \bar{v})$, $(\bar{v} \times \bar{w}) \cdot \bar{u}$. Svar: $-3, 3$
5. Låt $\bar{u} = (1, 2, 3)$, $\bar{v} = (0, 2, 1)$, $\bar{w} = (1, 4, 0)$.
 - (a) Finn volymen av parallelepiped som spänns upp av $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$.
Svar: 8
 - (b) Ligger $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ i samma plan? Svar: Nej
6. Låt N vara en rät linje. Finn två punkter på linjen, en riktningsvektor, en normalvektor. Beskriv N på parameterform, på parameterfria form.
 - (a) $P(1, 2)$ en punkt på linjen och $\bar{u} = (3, 4)$ en riktningsvektor.
Svar: punkter: $(1, 2), (4, 6)$, en riktningsvektor: $(3, 4)$, en normalvektor: $(-4, 3)$
 - (b) $A(2, 3), B(-1, 0)$ två punkter på linjen.
Svar: punkter: $(2, 3), (-1, 0)$, en riktningsvektor: $(1, 1)$, en normalvektor: $(-1, 1)$
 - (c) $P(1, 2)$ en punkt på linjen och $\bar{n} = (4, -3)$ en normalvektor till linjen.
Svar: punkter: $(1, 2), (4, 6)$, en riktningsvektor: $(3, 4)$, en normalvektor: $(4, -3)$

- (d) N är given med ekv $2x + 3y - 1 = 0$.
Svar: punkter: $(\frac{1}{2}, 0), (-\frac{5}{2}, 2)$, en riktnings vektor: $(-3, 2)$, en normal vektor: $(2, 3)$
- (e) N är given med ekv $x = 8 + 3s$ och $y = 9 + 4s$.
Svar: punkter: $(8, 9), (5, 5)$, en riktnings vektor: $(3, 4)$, en normal vektor: $(4, -3)$

7. Låt π vara ett plan. Finn tre punkter på planet, två icke-parallella riktnings vektorer, en normal vektor. Beskriv π på parameter form, på parameterfria form.

- (a) $P(1, 2, 3)$ en punkt på planet och $\bar{u} = (0, 1, 2), \bar{v} = (1, 2, 3)$ icke-parallella (?) riktnings vektorer.
Svar: punkter: $(1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 4, 6)$, en normal vektor: $(-1, 2, -1)$
- (b) $A(1, 2, 3), B(-1, 1, 0), C(2, 1, 1)$ tre punkter punkter på planet.
Svar: riktnings vektorer: $(-2, -1, -3), (1, -1, -2)$, en normal vektor: $(1, 7, -3)$
- (c) $P(1, 2, 3)$ en punkt på planet och $\bar{n} = (4, 1, 2)$ en normal vektor till planet.
Svar: punkter: $(1, 2, 3), (1, 0, 4), (0, 6, 3)$, riktnings vektorer: $(0, -2, 1), (-1, 4, 0)$
- (d) π är givet med ekv $2x + 8y - z + 1 = 0$.
Svar: punkter: $(0, 0, 1), (0, 1, 9), (1, 0, 3)$, riktnings vektorer: $(0, 1, 8), (1, 0, 2)$, en normal vektor: $(2, 8, -1)$
- (e) π är givet med ekv $x = 1 + t + 2s, y = -1 + 2t + 3s$ och $z = 2 + 3t - s$.
Svar: punkter: $(1, -1, 2), (2, 1, 5), (3, 2, 1)$, riktnings vektorer: $(1, 2, 3), (2, 3, -1)$, en normal vektor: $(2, 8, -1)$

8. Finn avståndet mellan

- (a) punkten $A(1, 2)$ och rätta linjen $2x + 3y + 1 = 0$. (Vilken punkt på linjen är närmast till A ?)
Svar: $\frac{9}{\sqrt{13}} ((-\frac{5}{13}, -\frac{1}{13}))$
- (b) punkten $P(1, 1, 1)$ och planet $x - y + z - 2 = 0$. (Vilken punkt på planet är närmast till P ?)
Svar: $\frac{1}{\sqrt{3}} ((\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}))$

9. Beskriv snitt av

- (a) två rätta linjer i planet: $x + 2y + 1 = 0$ och $2x - y + 2 = 0$.
Svar: punkten $(-1, 0)$

(b) två plan i rummet: $x + 8y - z + 1 = 0$ och $2x - y + z - 2 = 0$.

Svar: linjen: $(\frac{1}{3} + t, 8t, \frac{4}{3} - t), t \in R$

(c) planet $-x + y - z - 1 = 0$ och rätta linjen $x = 1 + 2t, y = 2 + 3t, z = 3 + t$.

Svar: \emptyset