

ÖVNING 7 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

1. Betrakta matriser

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Beräkna om det är möjligt

(a) $A + B$, $5D$, $B - 2C$, $3A + D$;

Svar: finns ej, $\begin{pmatrix} 5 & 25 & 10 \\ -5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & -9 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$, finns ej

(b) $3A^t$, $2B - C^t$, $A^t + 4D$.

Svar: $\begin{pmatrix} 9 & -3 & 3 \\ 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 7 & 19 & 9 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

2. Låt $A(4 \times 5)$, $B(4 \times 5)$, $C(5 \times 2)$, $D(4 \times 2)$, $E(5 \times 4)$ vara matriser.

Vilka av följande uttryck är definierade.

(a) BA , $AC + D$, $AB + B$, $AE + B$;

Svar: nej, ja, nej, nej

(b) $E^t A$, $(A^t + E)D$.

Svar: nej, ja

3. Låt A, B, C, D, E från 1:a uppgiften.

(a) Beräkna AB , BC , $D^t A$;

Svar: $\begin{pmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 15 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$, finns ej

(b) Kontrollera att $A(BC) = (AB)C$; $(B + C)D = BD + CD$,
 $(A^t)^t = A$, $(B + C)^t = B^t + C^t$, $(CD)^t = D^t C^t$.

4. Betrakta matriser

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) Vilka av dem är diagonalmatriser, triangulärmatriser (över- och under-), symmetriska;

Svar: D; C och D; B och D

(b) Finn D^2, D^3, D^{100} .

$$\text{Svar: } \begin{pmatrix} 2^2 & 0 \\ 0 & 4^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 4^3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2^{100} & 0 \\ 0 & 4^{100} \end{pmatrix}$$

5. Låt A vara symmetrisk.

(a) Visa att A^2 är symmetrisk;

Tips. Obs $A^t = A$ och $(A^2)^t = (AA)^t = A^t A^t$

(b) Är $2A^2 - 4A + E$ symmetrisk? Motivera svaret.

Tips. $(2A^2 - 4A + E)^t = \dots$