

## ÖVNING 8 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

### 1. Betrakta avbildningar

$$\begin{array}{l}
 y_1 = 2x_1 + 3x_2 \\
 i) \ y_2 = -x_1 + x_2 \quad , \quad ii) \ w_1 = t_1 + 1 \quad , \quad iii) \ q_1 = p_1 + p_2 - p_3 \quad , \quad iv) \ y_1 = x_1 + x_2 \\
 y_3 = x_1^2 + x_2 \quad \quad \quad w_2 = t_1 - 2t_2 \quad , \quad \quad \quad q_2 = 2p_1 - 3p_2 + p_3 \quad , \quad \quad \quad y_2 = x_2
 \end{array}$$

(a) Vilka av dem är linjära?

Svar: iii) och iv)

(b) För de linjära avbildningarna finn avbildningsmatriser.

Svar: iii)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ ; iv)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

### 2. Låt $2x - y = 0$ vara en rätt linje i planet. Finn

(a) avbildningsmatris  $P$  för proektionen på linjen;

Svar:  $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$

(b) avbildningsmatris  $S$  för speglingen i linjen;

Svar:  $S = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$

(c) proektionen av punkten  $Q(10, 5)$  på linjen;

Svar:  $(4, 8)$

(d) speglingen av punkten  $R(5, 10)$  i linjen;

Svar:  $(5, 10)$

(e)  $P^2$ ,  $P^3$ ;

Svar:  $P, P$

(f)  $S^2$ ,  $S^3$ .

Svar:  $E, S$

### 3. Låt $2x - y + z = 0$ vara ett plan i rummet. Finn

(a) avbildningsmatris  $P$  för proektionen på planet;

Svar:  $\begin{pmatrix} \frac{2}{6} & \frac{2}{6} & -\frac{2}{6} \\ \frac{2}{6} & \frac{5}{6} & \frac{1}{6} \\ -\frac{2}{6} & \frac{1}{6} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}$ ;

(b) avbildningsmatris  $S$  för speglingen i planet.

Svar:  $\begin{pmatrix} -\frac{2}{6} & \frac{4}{6} & -\frac{4}{6} \\ \frac{4}{6} & \frac{4}{6} & \frac{2}{6} \\ -\frac{4}{6} & \frac{2}{6} & \frac{4}{6} \end{pmatrix}$ ;

4. Låt  $T$  vara en linjär avbildning från  $R^2$  till  $R^3$  och  $T(\bar{e}_1) = (1, 2, 3)$  och  $T(\bar{e}_2) = (3, 4, 5)$ . Finn  $T(3, 4)$ .

Svar:  $(15, 22, 29)$

5. Finn bilden av vektor  $\bar{u} = (2, 4)$  under rotationen med  $-60$  grader.

Svar:  $(1 + 2\sqrt{3}, -\sqrt{3} + 2)$

6. Finn avbildningsmatris för kontraktionen med faktor 3 följt av speglingen i  $x$ -axeln.

Svar:  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$