

ÖVNING 9-10 FÖR LINJÄR ALGEBRA (TATA16)

1. Betrakta ekvssystem

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -1 \\ -x_1 + x_2 + 5x_4 = 3 \\ x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 6 \end{cases}$$

Finn till systemet

(a) koefficientmatris, Svar: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 \\ -1 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$

(b) högerledsvektor, Svar: $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

(c) utökad matris. Svar: $\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & -2 & 5 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & 6 \end{array} \right)$

2. Låt

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -1 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

vara en utökad matris till ett ekvssystem.

Kalla obekanta med x_1, \dots, x_4 och skriv ner systemet.

Svar:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 1 \\ -2x_1 + 3x_2 + 6x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

3. Använd bakåtsubstitution och lös systemet.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -1 \\ x_2 + x_3 - 5x_4 = 3 \\ x_3 - 5x_4 = 6 \end{cases}$$

Svar: $x_4 = t, t \in R, x_3 = 5t + 6, x_2 = -3, x_1 = 5t + 20.$

4. Skriv ner lösningar till system som har följande utökade matriser

(a) $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right);$ (b) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$

Kalla variabler som ni vill.

Svar: (a) $x_1 = 2t - 4s - 3p + 1$, $x_2 = t$, $x_3 = s$, $x_4 = p$, $x_5 = q$, $t, s, p, q \in \mathbb{R}$.

(b) $x_4 = 3$, $x_3 = t$, $x_2 = -t + 4$, $x_1 = 4t - 27$, $t \in \mathbb{R}$.

5. Lös ekvssystem m h a Gausselimination.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$$

Svar: $x_1 = \frac{22}{5}$, $x_2 = \frac{-1}{5}$, $x_3 = \frac{12}{5}$.

6. För vilka a följande system har inga lösningar? Precis en lösning? Oändligt många lösningar?

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}$$

Svar: $a = -4$; $a \neq 4, -4$; $a = 4$ resp.

7. Finn ekv för den rätta linje som anpassar best i minstakvadratmenning punkterna $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$ och $(3, 4)$.

Svar: $y = x + \frac{3}{2}$.