Betrakta (*) $A \cdot X = B$, där
A är kvadratisk o X, B två kolonn-
matriser.

<u>Sats</u> 1) Om $\det A \neq 0$ så
har (*) en enda lsg

2) Om $\det A = 0$ så finns det
två möjligheter:
(i) (*) har många lsgar
(ii) (*) har inga lsgar.

<u>Följd</u>: (**) $AX = 0$, där
0 är noll kolonn matris.
Om $\det A \neq 0$ så har (**)
en enda lsg som är trivial $(X = 0)$
Om $\det A = 0$ så har (**)
många lsgar.

Ex. Avgör för vilka värde på parameter k har

$$(*)\begin{cases} kx_1 + 2x_2 + 2x_3 = k+4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = k \\ 2x_1 + x_2 + kx_3 = 2 \end{cases}$$

precis en lsg, många lsgar (ange), 0 inga lsgar alls.

Obs $A = \begin{bmatrix} k & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & k \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} k+4 \\ k \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\det A = k\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & k \end{vmatrix} + 2\underbrace{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}_{=0} =$$

$$= k(k-1) - 2(2k-2) = \underline{k^2 - 5k + 4} = 0,$$

$k_{1,2} = 1, 4 \Rightarrow$ om $k \neq 1, 4$ så har $(*)$ precis en lsg.

Fall $k=1$: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right] \Leftrightarrow \emptyset$

Fall $k=4$: $\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{array}\right] \sim$

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \end{array}\right] \Leftrightarrow \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2}t + \frac{7}{3} \\ x_2 = t \\ x_3 = -\frac{2}{3}, \quad t \in \mathbb{R} \end{array}$