1) $x=3, y=-1, z=2$ 2) $(-1,6,4)$ 3) $x_1 = x_2 = 1$

4) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) -2 6) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

---

7) Vi söker $|\bar{u} - \bar{u}_{/\!/\mathbb{V}^\perp}| = |\bar{u}_{/\!/\mathbb{V}}|$.
En ortogonal bas för $\mathbb{V}$ ges av $\bar{b}_1 = (1,2,1,2)$ och
$\bar{b}_2 = (2,1,2,2) - (2,1,2,2)_{/\!/\bar{b}_1} = (1,-1,1,0)$.
Vi har då $\bar{u}_{/\!/\mathbb{V}} = \bar{u}_{/\!/\bar{b}_1} + \bar{u}_{/\!/\bar{b}_2} = \frac{1}{2}\bar{b}_1 + \bar{b}_2 = \frac{1}{2}(3,0,3,2)$,
så $|\bar{u}_{/\!/\mathbb{V}}| = \frac{1}{2}\sqrt{3^2+3^2+2^2} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{11}{2}}}}$

8) $Q(\underline{e}X) = X^t A X$, där $A = \begin{pmatrix} 1 & 3\sqrt{3} \\ 3\sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$.
A:s egenvärden är -8 och 4 med egenrum $\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}\right]$ resp. $\left[\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}\right]$.
I ON-basen $\underline{f} = \left(\frac{1}{2}(1,-\sqrt{3}) \quad \frac{1}{2}(\sqrt{3},1)\right)$ är kurvans ekvation alltså

$$-8y_1^2 + 4y_2^2 = 1.$$

Närmast origo ligger alltså $\underline{f}\begin{pmatrix} 0 \\ \pm 1/2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\pm\frac{1}{4}(\sqrt{3},1)}}$. Avstånd: $\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

9) A:s egenvärden är 2 och 3 med egenrum $\left[\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}\right]$ resp. $\left[\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right]$.
Med $T = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ och $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ fås alltså $A = TDT^{-1}$ och

$$A^n = TD^nT^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -5\cdot 2^n + 6\cdot 3^n & 15\cdot 2^n - 15\cdot 3^n \\ -2\cdot 2^n + 2\cdot 3^n & 6\cdot 2^n - 5\cdot 3^n \end{pmatrix}}}$$

10) Givet $\bar{u} \in \mathbb{V}$, låt $\bar{w} = F(\bar{u})$ och $\bar{v} = \bar{u} - F(\bar{u})$.
Då fås $\bar{u} = \bar{v} + \bar{w}$. Eftersom $F^2 = F$, gäller

$$F(\bar{w}) = F^2(\bar{u}) = F(\bar{u}) = \bar{w}$$

och $F(\bar{v}) = F(\bar{u}) - F^2(\bar{u}) = F(\bar{u}) - F(\bar{u}) = \bar{0}$,
så $\bar{w}$ ligger i egenrummet till 1 och $\bar{v}$ i egenrummet till 0. $\square$