# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4})$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$.

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F)$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^{\perp}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \quad -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \right.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \qquad\qquad\qquad\qquad \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \end{pmatrix},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ x_1 + x_2 \\ \\ \end{pmatrix} ,$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ x_1 + x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{pmatrix},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ \\ x_1 + x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{pmatrix},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{pmatrix},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0, 1, 0, 1, 0)/\sqrt{2}, (1, 0, 1, 0, 1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 \end{pmatrix},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1,-1,1,0),(1,-2,0,1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0,1,0,1,0)/\sqrt{2}, (1,0,1,0,1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 = -s + 2t \end{pmatrix},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1,-1,1,0),(1,-2,0,1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0,1,0,1,0)/\sqrt{2}, (1,0,1,0,1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 = -s + 2t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} ,$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1,-1,1,0),(1,-2,0,1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0,1,0,1,0)/\sqrt{2}, (1,0,1,0,1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 = -s + 2t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} ,$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1,-1,1,0),(1,-2,0,1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0,1,0,1,0)/\sqrt{2}, (1,0,1,0,1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 = -s + 2t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R},$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1,-1,1,0),(1,-2,0,1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0,1,0,1,0)/\sqrt{2}, (1,0,1,0,1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 = -s + 2t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R},$$

$\mathbb{R}^4$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Låt $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ vara samma avbildning som i exempel 6 och 7, d.v.s.

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

där $\underline{\mathbf{e}}_4$ och $\underline{\mathbf{e}}_5$ är standardbaserna i $\mathbb{R}^4$ respektive $\mathbb{R}^5$. Fyll ut basen i $N(F)) = [(-1,-1,1,0),(1,-2,0,1)]$ till en bas i $\mathbb{R}^4$. Fyll sedan ut ON-basen i $V(F) = \left[(0,1,0,1,0)/\sqrt{2}, (1,0,1,0,1)/\sqrt{3}\right]$ till en ON-bas i $\mathbb{R}^5$ och ange sedan matrisen till $F$ relativt dessa baser.

**Lösning:** Som utfyllnad av basen i $N(F)$ väljer vi en bas i

$$N(F)^\perp = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \colon \begin{array}{r} -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{array} \right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \\ x_1 + x_2 = s + t \\ -x_1 + 2x_2 = -s + 2t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R},$$

$$\mathbb{R}^4 = \left[ \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right]$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)}$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{3} & & \\ 1/\sqrt{2} & 0 & & \\ 0 & 1/\sqrt{3} & & \\ 1/\sqrt{2} & 0 & & \\ 0 & 1/\sqrt{3} & & \end{pmatrix}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

Ur bassambandet $\underline{\mathbf{f}}_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_4 T_{N(F)}$ fås koordinatsambandet (Gamla $= T\cdot$ Nya)

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{\underline{\mathbf{f}}_{N(F)}}.$$

ON-basen i $V(F)$ och utfyllnaden till ON-bas i $\mathbb{R}^5$ beräknades i exempel 2 och 4 till

$$V(F) = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right],$$

$$V(F)^{\perp} = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right],$$

$$\underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$.

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4})$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix}}_{= T_{V(F)}^{t}}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4,\underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4,\underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)}$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} \phantom{0} & \phantom{0} & \phantom{0} & \phantom{0} & \phantom{0} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$

# Exempel 10: Basbyte i $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$.

För att ta fram avbildningsmatrisen med avseende på de nya baserna genomför vi två olika basbyten, ett på indata $\in \mathbb{R}^4$ med den utfyllda basen från $N(F)$ och ett på utdata $\in \mathbb{R}^5$ med den utfyllda ON-basen från $V(F)$. Basbytesformlerna blir då

$$X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = T_{N(F)} X_{N(F)}, \quad \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 T_{V(F)} \iff \underline{\mathbf{e}}_5 = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{-1} = \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} T_{V(F)}^{t}$$

Vi får

$$F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} (T_{N(F)} X_{N(F)}) =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X_{N(F)} = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{6} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}}_{=T_{V(F)}^{t}} X_{N(F)} =$$

$$= \underline{\mathbf{f}}_{V(F)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{3} & 6\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X_{N(F)}.$$