Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$,

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$,

$\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart,

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^{\perp}$.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^{\perp}$. Från tidigare kalkyl har vi

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right. \right\}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3},$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4},$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$,

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$, $\mathbf{f}_4 = \widehat{\mathbf{v}}_4$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$, $\mathbf{f}_4 = \widehat{\mathbf{v}}_4$ och sedan ortogonalisera $\mathbf{v}_5$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$, $\mathbf{f}_4 = \widehat{\mathbf{v}}_4$ och sedan ortogonalisera $\mathbf{v}_5$ med avseende på $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4$.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$, $\mathbf{f}_4 = \widehat{\mathbf{v}}_4$ och sedan ortogonalisera $\mathbf{v}_5$ med avseende på $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4$. Då $\mathbf{v}_5 \in \mathbb{U}^\perp$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3}, \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4}, \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$, $\mathbf{f}_4 = \widehat{\mathbf{v}}_4$ och sedan ortogonalisera $\mathbf{v}_5$ med avseende på $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4$. Då $\mathbf{v}_5 \in \mathbb{U}^\perp$ kommer $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ ej ge nåt bidrag i kalkylen

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Samma $\mathbb{U}$ som innan. Fyll ut ON-basen i $\mathbb{U}$, $\mathbf{f}_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{f}_2 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1)$ till en ON-bas i hela rummet.

Lösning: Ortogonalisera utfyllnaden. Välj utfyllnad smart, utnyttja basen i $\mathbb{U}^\perp$. Från tidigare kalkyl har vi

$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \begin{array}{r} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_5 = 0 \end{array} \right\} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \colon \mathbf{x} \perp \left\{ \begin{array}{l} (1,0,-1,0,0) \\ (0,1,0,-1,0) \\ (1,0,0,0,-1) \end{array} \right\} \right. \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbb{U}^\perp = [\underbrace{(1,0,-1,0,0)}_{\mathbf{v}_3},\ \underbrace{(0,1,0,-1,0)}_{\mathbf{v}_4},\ \underbrace{(1,0,0,0,-1)}_{\mathbf{v}_5}].$$

Ser att $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_4$ så vi kan välja $\mathbf{f}_3 = \widehat{\mathbf{v}}_3$, $\mathbf{f}_4 = \widehat{\mathbf{v}}_4$ och sedan ortogonalisera $\mathbf{v}_5$ med avseende på $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4$. Då $\mathbf{v}_5 \in \mathbb{U}^\perp$ kommer $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ ej ge nåt bidrag i kalkylen och kan därför utelämnas.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1, 0, 0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 0, -1, 0),$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]} =$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix},$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \mathbf{v}_5 - \mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \mathbf{v}_5 - \mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \mathbf{v}_5 - \mathbf{v}_{5_{\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\0\\-2\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Vi får

$$\mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1,0,0), \quad \mathbf{f}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,0,-1,0),$$

$$\mathbf{v}_{5\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]} = (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3 + (\mathbf{v}_5 \bullet \mathbf{f}_4)\,\mathbf{f}_4 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\\0\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{v}_{5\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]} = \mathbf{v}_5 - \mathbf{v}_{5\|[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]} =$$

$$= \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\0\\-2\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera.

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ är en ON-bas i $\mathbb{U}$,

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}, \quad \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}^{\perp}$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}, \quad \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}^{\perp} \quad \text{så}$$

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}, \quad \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}^\perp \quad \text{så}$$

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U} \oplus \mathbb{U}^\perp$$

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_{5\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]}} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}, \quad \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}^\perp \quad \text{så}$$

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U} \oplus \mathbb{U}^\perp = \mathbb{R}^5$$

enligt Multi-Plus-satsen (**Sats 5.4.26**, sid 126)

Exempel 4: Utfyllnad till ON-bas i hela rummet.

Återstår att normera. Kom ihåg att vid normering kan man strunta i konstanten framför , dvs

$$\mathbf{f}_5 = \widehat{\mathbf{v}_5}_{\perp[\mathbf{f}_3,\mathbf{f}_4]} = \frac{\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)}{\left|\frac{1}{2}(1,0,1,0,-2)\right|} = \frac{(1,0,1,0,-2)}{|(1,0,1,0,-2)|} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Därmed har vi att

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}, \quad \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U}^\perp \quad \text{så}$$

$$\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5 \text{ är en ON-bas i } \mathbb{U} \oplus \mathbb{U}^\perp = \mathbb{R}^5$$

enligt Multi-Plus-satsen (**Sats 5.4.26**, sid 126) och **Korollarium 6.3.11**, sid 148 .