# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U}$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$.

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$,

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$.

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 + \lambda_2 \mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 + \lambda_2 \mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\, AX = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\, Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min\limits_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 + \lambda_2 \mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\, AX = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\, Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^t A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix},$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix},$$

$$A^tY$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix},$$

$$A^tY = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix},$$

$$A^tY = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Återgå till ursprungliga beskrivningen av $\mathbb{U} = [(0,1,0,1,0),(1,1,1,1,1)]$ och låt $\mathbf{v} = (1,2,3,4,5)$. Beräkna $\mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$ och $\min_{\mathbf{v}\in\mathbb{U}} |\mathbf{v}-\mathbf{u}|$.

**Lösning:** Låt $\mathbf{u}_1 = (0,1,0,1,0)$, $\mathbf{u}_2 = (1,1,1,1,1)$ och studera den olösbara ekvationen $\mathbf{v} = \lambda_1\mathbf{u}_1 + \lambda_2\mathbf{u}_2$. På matrisform blir denna

$$\lambda_1\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix} + \lambda_2\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1\\\lambda_2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,AX = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\,Y.$$

Minstakvadrat-lösningen, $X_0$ till denna olösbara ekvation kommer då efter insättning i ekvationen ovan INTE ge $\mathbf{v}$ men väl det element i $A$:s kolonnrum $= \mathbb{U}$ som ligger närmast $\mathbf{v}$, se **Sats 6.4.1**, sid 162 Ställ upp normalekvationerna.

$$A^tA = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&1\\0&1\\1&1\\0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix},$$

$$A^tY = \begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\15\end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}| = \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} \right|$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, AX_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}| = \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} \right| = \left| \mathbf{v}_{\perp \mathbb{U}} \right|$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}| = \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} \right| = \left| \mathbf{v}_{\perp \mathbb{U}} \right| = \left| \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \right.$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, AX_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}| = \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} \right| = \left| \mathbf{v}_{\perp \mathbb{U}} \right| = \left| \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right|$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t A X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, A X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}| = \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} \right| = \left| \mathbf{v}_{\perp \mathbb{U}} \right| = \left| \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \left| \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right|$$

# Exempel 5: Minstakvadrat-metoden.

Vi får

$$A^t AX = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = A^t Y \iff$$

$$\iff X_0 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} = \underline{\mathbf{e}}\, AX_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Sats 6.3.15**, sid 150 ger sedan att

$$\min_{\mathbf{v} \in \mathbb{U}} |\mathbf{v} - \mathbf{u}| = \left| \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\|\mathbb{U}} \right| = \left| \mathbf{v}_{\perp \mathbb{U}} \right| = \left| \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \left| \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{10}.$$