Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4})$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F)$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\}$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \left\{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\right\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \left\{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\right\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$.

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$. Detta gjordes i Exempel 1 då detta system var beroendeekvationen för underrummet $\mathbb{U}$ som studerades där.

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$. Detta gjordes i Exempel 1 då detta system var beroendeekvationen för underrummet $\mathbb{U}$ som studerades där. Lösningen blev

$$X =$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$. Detta gjordes i Exempel 1 då detta system var beroendeekvationen för underrummet $\mathbb{U}$ som studerades där. Lösningen blev

$$X = s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R} \Longrightarrow$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$. Detta gjordes i Exempel 1 då detta system var beroendeekvationen för underrummet $\mathbb{U}$ som studerades där. Lösningen blev

$$X = s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R} \Longrightarrow N(F) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)],$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$. Detta gjordes i Exempel 1 då detta system var beroendeekvationen för underrummet $\mathbb{U}$ som studerades där. Lösningen blev

$$X = s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R} \Longrightarrow N(F) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)],$$

d v s $(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)$ är en bas i $N(F)$

Exempel 7: Noll- och värderum.

Avbildningen $F\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ är samma som i föregående exempel, d v s

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = F(\underline{\mathbf{e}}_4 X_{\underline{\mathbf{e}}_4}) = \underline{\mathbf{e}}_5 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}_5 A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X_{\underline{\mathbf{e}}_4}.$$

Bestäm bas i och dimension av noll- respektive värderum.

Lösning: $N(F) = \{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4 \colon F(\mathbf{u}) = \mathbf{0}\} = \left\{\underline{\mathbf{e}}\, X \in \mathbb{R}^4 \colon A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}\right\}$ så för att bestämma en bas i $N(F)$ skall vi lösa ekvationssystemet $A_{\underline{\mathbf{e}}_4, \underline{\mathbf{e}}_5} X = \mathit{0}$. Detta gjordes i Exempel 1 då detta system var beroendeekvationen för underrummet $\mathbb{U}$ som studerades där. Lösningen blev

$$X = s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R} \Longrightarrow N(F) = [(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)],$$

d v s $(-1, -1, 1, 0), (1, -2, 0, 1)$ är en bas i $N(F)$ och därmed är $\dim N(F) = 2$.

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}]$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1.

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$-\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0}$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$-\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} \iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} & \end{aligned}$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$-\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} \iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$$
$$\mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} \iff \mathbf{u}_4 = -\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_4 = -\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \end{aligned}$$

kan vi utse $\mathbf{u}_3$ och $\mathbf{u}_4$ till löjliga element.

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_4 = -\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \end{aligned}$$

kan vi utse $\mathbf{u}_3$ och $\mathbf{u}_4$ till löjliga element. Satsen om löjliga element (**Sats 5.3.16**, sid 111) ger då

$$V(F) = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right]$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_4 = -\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \end{aligned}$$

kan vi utse $\mathbf{u}_3$ och $\mathbf{u}_4$ till löjliga element. Satsen om löjliga element (**Sats 5.3.16**, sid 111) ger då

$$V(F) = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_4 = -\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \end{aligned}$$

kan vi utse $\mathbf{u}_3$ och $\mathbf{u}_4$ till löjliga element. Satsen om löjliga element (**Sats 5.3.16**, sid 111) ger då

$$V(F) = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

d v s $(0, 1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 1, 1)$ är en bas i $V(F)$

Exempel 7: Noll- och värderum.

$V(F) = [\text{avbildningsmatrisens kolonner}] = \mathbb{U}$ från exempel 1. Kalla kolonnvektorerna $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$. Då basen i $N(F)$

$$(-1, -1, 1, 0), \quad (1, -2, 0, 1)$$

också är baslösning till beroendeekvationen för kolonnerna följer

$$\begin{aligned} -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 - 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4 = \mathbf{0} &\iff \mathbf{u}_4 = -\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \end{aligned}$$

kan vi utse $\mathbf{u}_3$ och $\mathbf{u}_4$ till löjliga element. Satsen om löjliga element (**Sats 5.3.16**, sid 111) ger då

$$V(F) = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] = \left[\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

d v s $(0, 1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 1, 1)$ är en bas i $V(F)$ vilket ger $\dim V(F) = 2$.