# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$

## Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9.

## Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får

$F(\mathbf{u})$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får

$F(\mathbf{u}) = 9$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$F(\mathbf{e}_1)$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1\right.$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix}8 & & \\ -2 & & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$F(\mathbf{e}_2) =$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} 8 & & \\ -2 & & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix}8 & & \\ -2 & & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix}$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix}8 & & \\ -2 & & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix}8 & & \\ -2 & & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} 8 & -2 & \\ -2 & 5 & \\ -2 & -4 & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) =$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} 8 & -2 & \\ -2 & 5 & \\ -2 & -4 & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = 9\left(\mathbf{e}_3 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} 8 & -2 & \\ -2 & 5 & \\ -2 & -4 & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = 9\left(\mathbf{e}_3 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix}$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} 8 & -2 & \\ -2 & 5 & \\ -2 & -4 & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = 9\left(\mathbf{e}_3 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\-4\\5\end{pmatrix}$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix} 8 & -2 & \\ -2 & 5 & \\ -2 & -4 & \end{pmatrix}$.

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ utför en ortogonalprojektion i planet $x + 2y + 2z = 0$ följt av en sträckning en faktor 9. Bestäm $F$:s matris i standardbasen.

**Lösning:** Ur planets ekvation läser vi av normalen $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$ och vi får $F(\mathbf{u}) = 9\left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\parallel \mathbf{n}}\right)$. Vi skall lösa uppgiften på två sätt. Vi börjar med att beräkna basvektorernas bilder.

$$F(\mathbf{e}_1) = 9\left(\mathbf{e}_1 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}9\\0\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}8\\-2\\-2\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 9\left(\mathbf{e}_2 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\5\\-4\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = 9\left(\mathbf{e}_3 - \frac{1}{9}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \bullet \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right) = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix} = \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\-4\\5\end{pmatrix}$$

så $A_{\underline{\mathbf{e}}} = \begin{pmatrix}8 & -2 & -2\\-2 & 5 & -4\\-2 & -4 & 5\end{pmatrix}$.

## Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln

## Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med “rätt bas”.

## Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med “rätt bas”. I detta fall är “rätt bas” en högerorienterad ON-bas

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix},$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 =$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3,$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 )

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ).

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \;\; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix},$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix},\; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix},$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}, \quad A_{\underline{\mathbf{e}}}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}, \quad A_{\underline{\mathbf{e}}} = T A_{\underline{\mathbf{f}}} T^{-1}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}, \quad A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = \frac{9}{3}T\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}, \quad A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = \frac{9}{3}T\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{3}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}, \quad A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = \frac{9}{3}T\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{3}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & -2 & -2\\ -2 & 5 & -4\\ -2 & -4 & 5\end{pmatrix}$$

# Exempel 8: Sammansatt avbildning, projektion och sträckning.

Som alternativ lösning skall vi använda basbytesformeln och idén med "rätt bas". I detta fall är "rätt bas" en högerorienterad ON-bas med $\mathbf{f}_1 = \widehat{\mathbf{n}}$ , t ex

$$\mathbf{f}_1 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_1\times\mathbf{f}_2 = \frac{1}{3^2}\;\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\times\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix} =$$

$$\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{matrix}$$

$$= \frac{1}{3^2}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}6\\3\\-6\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{f}_3, \quad \underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\,\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Då $\underline{\mathbf{e}}$ och $\underline{\mathbf{f}}$ är ON-baser är $T$ en ON-matris (**Korollarium 6.3.24**, sid 157 ) , d v s $T^{-1} = T^t$ (**Definition 6.3.24**, sid 157 ). Då

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{0} = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_2) = 9\mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\9\\0\end{pmatrix}, \; F(\mathbf{f}_3) = 9\mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}0\\0\\9\end{pmatrix},$$

$$A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}, \quad A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = \frac{9}{3}T\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{3}{3}\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 2 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & -2 & -2\\ -2 & 5 & -4\\ -2 & -4 & 5\end{pmatrix}$$

vilket förstås är samma matris som vi fick tidigare.