Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right)$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.

Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning.

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{f}_2$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{f}_2$, d v s

$P_{min} = \pm\left(-\frac{2}{\sqrt{50}}\right.$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{f}_2$, d v s $P_{min} = \pm\left(-\frac{2}{\sqrt{50}}, \frac{1}{\sqrt{50}}\right)$.

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{f}_2$, d v s $P_{min} = \pm\left(-\frac{2}{\sqrt{50}}, \frac{1}{\sqrt{50}}\right)$. P.s.s. fås maxavstånd $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{f}_2$, d v s $P_{min} = \pm\left(-\frac{2}{\sqrt{50}}, \frac{1}{\sqrt{50}}\right)$. P.s.s. fås maxavstånd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $P_{max} = \pm\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$.

Exempel 10: Andragradskurvor

Vilken sorts kurva definieras av ekvationen

$$9x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 = 1?$$

Bestäm också max/min-avstånd från punkter på kurvan till origo.
Lösning: Då det är samma Q som innan så är

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}.$$

Byte till denna ON-bas ger då

$$Q(\mathbf{u}) = Q\left(\underline{\mathbf{f}}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right) = 5y_1^2 + 10y_2^2 = 1 \iff \left(\frac{y_1}{1/\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{1/\sqrt{10}}\right)^2 = 1.$$

Ur detta ser vi att kurvan är en ellips med storaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $\mathbf{f}_1$:s riktning och lillaxel av längd $\frac{1}{\sqrt{10}}$ i $\mathbf{f}_2$:s riktning. Följaktligen, minsta avståndet från en punkt på kurvan är $\frac{1}{\sqrt{10}}$ och antas i punkterna med ortsvektor $\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{f}_2$, d v s $P_{min} = \pm\left(-\frac{2}{\sqrt{50}}, \frac{1}{\sqrt{50}}\right)$. P.s.s. fås maxavstånd $\frac{1}{\sqrt{5}}$ i $P_{max} = \pm\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$.