Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar.

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = & 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = & -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) =$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = & 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = & -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} =$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = C_1 e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exempel 11: System av differentialekvationer

Lös differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 - 2x_2 \\ x_2' = -2x_1 + 6x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = -1,\ x_2 = 3.$$

Lösning: Skriv på matrisform och bestäm egenvärden och egenvektorer.

$$X' = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = AX.$$

Samma matris som i tidigare exempel så vi har

$$\lambda = 5,\ \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = 10,\ \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

men vi struntar i normeringen här då den inte underlättar. Från det som visats i boken har vi

$$X = e^{5t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + e^{10t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = C_1 e^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^0 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \iff$$

$$\iff \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$