Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel,

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \Big[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 0, 1, 0, 1),$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \Big[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$,

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$.

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum,

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u} \bullet \mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1)$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\-1\end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}\right.$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{15}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix} + \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix}\right.$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{15}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix} + \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix}\right)$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från föregående exempel, d v s

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Bestäm matrisen i standardbasen till den linjära avbildningen $F\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ som utför ortogonalprojektion på $\mathbb{U}$, d v s $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$.

Lösning: För att beräkna matrisen behöver vi beräkna $F(\mathbf{e}_1), \ldots, F(\mathbf{e}_5)$. Då de genererande vektorerna är en ON-bas kan vi beräkna dessa direkt m.h.a. formeln för projektion på underrum, $F(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_1)\,\mathbf{f}_1 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_2)\,\mathbf{f}_2 + (\mathbf{u}\bullet\mathbf{f}_3)\,\mathbf{f}_3$. Vi får

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{3}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\bullet\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix}\right)\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\\-1\end{pmatrix} - \frac{1}{15}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15}\left(\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix} + \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} - \underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}11\\-3\\5\\3\\9\end{pmatrix},$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 0, 1, 0, 1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 0, 0, 1, -1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1, 3, 0, 2, 1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) =$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) =$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0 \cdot \mathbf{f}_1$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} \right.$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0 \cdot \mathbf{f}_2 + 0 \cdot \mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0 \cdot \mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}} \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_5) =$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2)$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2) + \frac{1}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2) + \frac{1}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}0\\0\\5\\-5\\10\end{pmatrix}\right.$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2) + \frac{1}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}0\\0\\5\\-5\\10\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix}\right)$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

$$\mathbb{U} = \left[\mathbf{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,1,0,1),\ \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,0,0,1,-1),\ \mathbf{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{15}}(-1,3,0,2,1)\right].$$

$$F(\mathbf{e}_2) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + \frac{3}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-3\\9\\0\\6\\3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_1 + 0\cdot\mathbf{f}_2 + 0\cdot\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}5\\0\\5\\0\\5\end{pmatrix}$$

$$F(\mathbf{e}_4) = 0\cdot\mathbf{f}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{f}_2 + \frac{2}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}5\\0\\0\\5\\-5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2\\6\\0\\4\\2\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}3\\6\\0\\9\\-3\end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2) + \frac{1}{\sqrt{15}}\mathbf{f}_3 = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\left(\begin{pmatrix}0\\0\\5\\-5\\10\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\3\\0\\2\\1\end{pmatrix}\right) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix}-1\\3\\5\\-3\\11\end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 11 & & & & \\ -3 & & & & \\ 5 & & & & \\ 3 & & & & \\ -1 & & & & \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 11 & -3 & & & \\ -3 & 9 & & & \\ 5 & 0 & & & \\ 3 & 6 & & & \\ -1 & 3 & & & \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & & \\ -3 & 9 & 0 & & \\ 5 & 0 & 5 & & \\ 3 & 6 & 0 & & \\ -1 & 3 & 5 & & \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & \\ -3 & 9 & 0 & 6 & \\ 5 & 0 & 5 & 0 & \\ 3 & 6 & 0 & 9 & \\ -1 & 3 & 5 & -3 & \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 3: Matris till projektion på underrum

Sammanfattningsvis har vi

$$F(\mathbf{e}_1) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_2) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_3) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{e}_4) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix},\ F(\mathbf{e}_5) = \frac{1}{15}\,\underline{\mathbf{e}}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ 11 \end{pmatrix},$$

Följaktligen får vi

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = \frac{1}{15}\begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

som F:s matris i standardbasen.