Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$.

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) =$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 =$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) =$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\, T$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Låt $\mathbb{U}$ vara underummet från de föregående exemplen, och $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$. Bestäm matrisen i standardbasen genom att använda basbytesformeln och matris i "rätt bas".

Lösning: Om vi använder ON-basen från exempel 2 så blir

$$F(\mathbf{f}_1) = \mathbf{f}_1 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_2) = \mathbf{f}_2 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(\mathbf{f}_3) = \mathbf{f}_3 = \underline{\mathbf{f}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\mathbf{f}_4) = \mathbf{0}, \quad F(\mathbf{f}_5) = \mathbf{0} \Longrightarrow A_{\underline{\mathbf{f}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{f}} = \underline{\mathbf{e}}\, T = \underline{\mathbf{e}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{15} & -1/2 & 1/\sqrt{60} \\ 0 & 0 & 3/\sqrt{15} & -1/2 & -3/\sqrt{60} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 1/2 & -5/\sqrt{60} \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 2/\sqrt{15} & 1/2 & 3/\sqrt{60} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{15} & 0 & 4/\sqrt{60} \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$.

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = T A_{\underline{\mathbf{f}}} T^{-1}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t =$$

$$= T\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t =$$

$$= T\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{15} & 3/\sqrt{15} & 0 & 2/\sqrt{15} & 1/\sqrt{15} \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/\sqrt{60} & -3/\sqrt{60} & -5/\sqrt{60} & 3/\sqrt{60} & 4/\sqrt{60} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t =$$

$$= T\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{15} & 3/\sqrt{15} & 0 & 2/\sqrt{15} & 1/\sqrt{15} \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/\sqrt{60} & -3/\sqrt{60} & -5/\sqrt{60} & 3/\sqrt{60} & 4/\sqrt{60} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t =$$

$$= T\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{15} & 3/\sqrt{15} & 0 & 2/\sqrt{15} & 1/\sqrt{15} \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/\sqrt{60} & -3/\sqrt{60} & -5/\sqrt{60} & 3/\sqrt{60} & 4/\sqrt{60} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t =$$

$$= T\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{15} & 3/\sqrt{15} & 0 & 2/\sqrt{15} & 1/\sqrt{15} \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/\sqrt{60} & -3/\sqrt{60} & -5/\sqrt{60} & 3/\sqrt{60} & 4/\sqrt{60} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

Då $\underline{\mathbf{f}}$ och standardbasen är ON-baser följer det att $T^{-1} = T^t$. Använder vi basbytesformeln fås

$$A_{\underline{\mathbf{e}}} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^{-1} = TA_{\underline{\mathbf{f}}}T^t =$$

$$= T\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{15} & 3/\sqrt{15} & 0 & 2/\sqrt{15} & 1/\sqrt{15} \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/\sqrt{60} & -3/\sqrt{60} & -5/\sqrt{60} & 3/\sqrt{60} & 4/\sqrt{60} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

Exempel 6: Matris till projektion på underrum

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{\sqrt{60}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{15}} & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{\sqrt{60}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{2} & \frac{3}{\sqrt{60}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{4}{\sqrt{60}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{15}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{15}} & \frac{1}{\sqrt{15}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 11 & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9 & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11 \end{pmatrix}$$

vilket förstås är samma matris som tidigare.