Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna,

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I)$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right)$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\parallel \mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

$$= 15(1-\lambda)$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

$$= 15(1-\lambda) \begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 6 & 9 & 3 & 12-15\lambda \end{vmatrix}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

$$= 15(1-\lambda) \begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 6 & 9 & 3 & 12-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_4+r_2}{=}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

$$= 15(1-\lambda) \begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 6 & 9 & 3 & 12-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_4+r_2}{=}$$

$$= 15(1-\lambda) \begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 15-\lambda & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

$$=15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 6 & 9 & 3 & 12-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_4+r_2}{=}$$

$$=15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 15-\lambda & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{k_2-k_4}{=}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

Bestäm egenvärdena till $F(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\|\mathbb{U}}$ (dvs samma avbildnings som i tidigare exempel) genom att (a) räkna, (b) tänka..

Lösning: Lös sekularekvationen.

$$\det(A - \lambda I) = \det\left(\frac{1}{15}(B - 15\lambda I)\right) = \frac{1}{15^5}\det(B - 15\lambda I) = 0 \iff$$

$$\iff \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ -1 & 3 & 5 & -3 & 11-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_5+r_1+r_2+r_3+r_4}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} 11-15\lambda & -3 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 9-15\lambda & 0 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & 5-15\lambda & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 0 & 9-15\lambda & -3 \\ 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{\substack{k_1-k_5 \\ k_2-k_5 \\ k_3-k_5 \\ k_4-k_5}}{=}$$

$$=15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 6 & 9 & 3 & 12-15\lambda \end{vmatrix} \overset{r_4+r_2}{=}$$

$$=15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -2 & 6 & 4 \\ -6 & 6-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & -5 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 15-\lambda & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} \overset{k_2-k_4}{=}$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right)$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)},$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel), } 1 \text{ (trippel)}.$$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat.

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar.

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde.

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde. På samma sätt vet vi att alla $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ avbildas på sig själva

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel)}, 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde. På samma sätt vet vi att alla $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ avbildas på sig själva och att $V(F) = \mathbb{U}$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel), } 1 \text{ (trippel).}$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F)$ = egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde. På samma sätt vet vi att alla $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ avbildas på sig själva och att $V(F) = \mathbb{U}$, d v s $\mathbb{U}$ = egenrummet till 1.

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel), } 1 \text{ (trippel).}$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F)$ = egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde. På samma sätt vet vi att alla $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ avbildas på sig själva och att $V(F) = \mathbb{U}$, d v s $\mathbb{U}$ = egenrummet till 1. Då $\dim V(F) = 3$

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel), } 1 \text{ (trippel)}.$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde. På samma sätt vet vi att alla $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ avbildas på sig själva och att $V(F) = \mathbb{U}$, d v s $\mathbb{U} =$ egenrummet till 1. Då $\dim V(F) = 3$ måste $\lambda = 1$ vara trippelegenvärde.

Exempel 7: Egenvärden och egenvektorer till projektion på underrum

$$= 15(1-\lambda)\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 & 6 & 4 \\ -6 & 3-15\lambda & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -15\lambda & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 15-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\begin{vmatrix} 12-15\lambda & -6 \\ -6 & 3-15\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left((12-15\lambda)(3-15\lambda)-36\right) = -15^3\lambda(1-\lambda)^2\left(15^2\lambda^2-15^2\lambda\right) =$$

$$= 15^5\lambda^2(1-\lambda)^3 = 0 \iff \lambda = 0 \text{ (dubbel), } 1 \text{ (trippel).}$$

Svaret på fråga (b) blir då att detta är helt förväntat. Då F är symmetrisk är F diagonaliserbar. Då $N(F) =$ egenrummet till $\lambda = 0$ och då vi sedan tidigare vet att $\dim N(F) = 2$ måste 0 vara ett dubbelegenvärde. På samma sätt vet vi att alla $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ avbildas på sig själva och att $V(F) = \mathbb{U}$, d v s $\mathbb{U} =$ egenrummet till 1. Då $\dim V(F) = 3$ måste $\lambda = 1$ vara trippelegenvärde.