TATA32-ETE373: Inlämninguppgifter

Lämnas in senast 21/11 2023, kl.13.00

Motivera väl alla dina svar

Miniräknare får (ska) användas

Svara med heltal (dvs, t.ex., inte med $\binom{8}{2}$)

Betrakta bokstäverna i ditt förnamn. Om det finns minst fem olika bokstäver tar man dem, annars fyller man på med bokstäver från efternamnet så att det finns minst fem olika bokstäver.

Exempel: Milagros innehåller 8 olika bokstäver och vi tar M, I, L, A, G, R, O och S.

Men för Maria Izquierdo: Maria innehåller 4 olika bokstäver M, A, R, I; så vi fyller med Z

Låt k vara ditt antal bokstäver (i mitt fall $k = 8$

Betrakta nu din födelsedag $d_1 d_2 - m_1 m_2 - 20 x_1 x_2$. Låt $t = r_1 + r_2 + d_1 + d_2 + m_1 + m_2$, där $r_1 = x_1 + 5, r_2 = x_2 + 4$. Obs: Om du är född år $19x_1x_2$, $r_1 = x_1, r_2 = x_2$

Exempel: Om man är född 1 januari 1999 har parametrar $d_1 = 0, d_2 = 1, m_1 = 0, m_2 = 1, r_1 = 9, r_2 = 9$.

Vi ska beräkna antal partitioner/ekvivalensrelationer av en mängd med t element i k ekvivalensklasser

Låt $A = \{1, 2, \ldots, t\}$ vara en mängd med kardinalitet t. . Låt $B = \{A_1, A_2, \ldots, A_k\}$ där $A_1, A_2, \ldots, A_k$ är namn på ekvivalensklasserna. Vi betraktar en partition som en avbildning!!

Fråga 1 Ange antalet avbildningar $f : A = \{1, 2, \ldots, t\} \to B = \{A_1, A_2, \ldots, A_k\}$. Motivera svaret.

Fråga 2 Vi delar in avbildningarna $f : A = \{1, 2, \ldots, t\} \to B = \{A_1, \ldots, A_k\}$ enligt storleken j, $1 \leq j \leq k$ på värdemängden av avbildningen: $V(f) = \{b \in B; b = f(x) \text{ för något } x \in A\}$. Nu antalet avbildningar som har exakt j värden betecknas $F(t, j)$, notera att $1 \leq j \leq k$: Vi ska anvÃ¤nda Multiplikationsprincipen:

1. Först välj j element i B, de som ingår i $V(f)$: Beräkna antalet sätt $\alpha_{k,j}$ att göra det.

2. Dela in A i j delmängder (varje delmängd innehåller de element i A som avbildas på ett bestämt element A_i in $V(f)$): **Det finns $S(t, j)$ sätt att göra det. Vi letar efter detta antal $S(t, j)$**

3. Motivera varför $F(t, j) = S(t, j)\alpha_{k,j}(j!)$

Fråga 3 Visa att $k^t = \sum_{j=1}^{k} F(t, j)$

Fråga 4 Visa att $F(t, k)$ är antalet **surjektiva avbildningar**. Använd att vi känner till $F(t, k)$ för att beräkna $S(t, k)$, dvs antalet partitioner av A i k delmängder.

Fråga 5. Ange 4 exempel på sådana ekvivalensrelationer genom att uttrycka varje ekvivalensrelation som en graf i planet med $t \times t$ punkter.