

Några berömda tidiga 1800-talsmatematiker

Hans Lundmark, MAI

TATA40 Matematiska utblickar
(sept 2017)

Bakgrund

- 1700-talet präglades av **upplysningen**.
 - Författaren Voltaire (1694–1778) (*Candide* 1759)
 - Filosofen Rousseau (1712–1778)
 - Franska encyklopedin (Diderot, d'Alembert)
 - Fredrik II av Preussen (1712–86, kung 1740)
(Fredrik den store, *der Alte Fritz*)
 - Gustav III av Sverige (1746–92, kung 1771)
 - **Franska revolutionen** (1789–99)
- Infinitesimalkalkylen hade introducerats på 1600-talet (Newton, Leibniz, m.fl.), och utvecklats vidare under 1700-talet, framförallt av **Leonhard Euler** (1707–83) (från Basel i Schweiz, verksam i Sankt Petersburg och Berlin).

1800-talet

- "Tyskland" bestod av en massa självständiga stater. Störst och mäktigast var **Preussen** i nordost, med Berlin som huvudstad.
- Sverige förlorade Finland till Ryssland 1809. Sverige och Norge i union 1814–1905.
- Napoleonkrigen 1803–15. Relativt fredligt i Europa efter Wienkongressen 1815.
- Oroligheter i hela Europa 1848, men det ledde inte till så radikala förändringar.
- Amerikanska inbördeskriget 1861–65.
- Krig mellan Preussen och Frankrike 1870–71. Tyskland enades 1871.

Teknik och vetenskap

- Fortsatt industrialisering (började på 1700-talet).
- Första kommersiella **ångbåtslinjen** 1807 (Hudsonfloden, USA). Första i Europa 1812 (Skottland).
Segelfartyg dominerade dock långt in på 1800-talet, främst för långa resor och transporter.
- Första kommersiella **järnvägslinjen** 1825 (norra England). Första i Sverige 1856.
- Kommersiella **telegrafledning**ar, främst längs järnvägs-
linjer: 1837 i England (Cooke & Wheatstone) och 1838 i
USA (Morse).
Telegrafkabel över Atlanten 1866.

- Charles Darwin (1809–82). *On the Origin of Species* (1859).
- James Clerk Maxwell (1831–79).
Maxwells ekvationer c:a 1862.
Insåg 1865 att ljus är elektromagnetiska vågor, och förutspådde existensen av radiovågor.
- Experiment med radiovågor: Heinrich Hertz 1887.
Radiotelegrafi: Guglielmo Marconi 1897.
- Thomas Alva Edison (1847–1931).
Första bra **elektriska belysningsystemet** (effektiv glödlampa *och* strömförsörjning) c:a 1880.
- **Antibiotika** kom inte förrän på 1900-talet. Många dog i tuberkulos (TBC) och andra sjukdomar.

Matematiken på 1800-talet

- **Paris** var matematikens centrum, så småningom med konkurrens från **Berlin**.
- Även **Göttingen** var känt, men mest för att Gauss var verksam där. (Senare även Riemann och Hilbert.)
- Upptäckten av **icke-euklidisk geometri** ledde till mistro mot att basera matematiken på geometri.
- Strävan efter **ökad stringens**.

Försök att förstå matematikens fundament: analys med ε och δ istället för infinitesimaler, mängdlära, reella tal-systemet, m.m.

- **Universiteten** var till för att utbilda präster, advokater, läkare, lärare, ingenjörer, osv.
Forskningsverksamhet ägde rum i **akademier**.
- **The Royal Society** i London.
Grundad 1660.
Den äldsta akademien som fortfarande är aktiv.
- **Franska vetenskapsakademien** (Académie des sciences) i Paris.
Grundad 1666 av Ludvig XIV (1638–1715, kung 1643).
- **Preussiska vetenskapsakademien** i Berlin.
Grundad 1700. Förste ordförande: Leibniz.
Framstående från c:a 1740 (Fredrik den stores tid).
(Euler, Maupertuis, Voltaire, d’Alembert, Lagrange, m.fl.)

- **Sankt Petersburgs vetenskapsakademi.**

Grundad 1724 av Peter den store (1672–1725, tsar 1682), på inrådan av Leibniz.

Innefattade även universitet, observatorium, tryckeri.

Forskare och studenter värvades från utlandet (bl.a. en 20-årig Euler 1727).

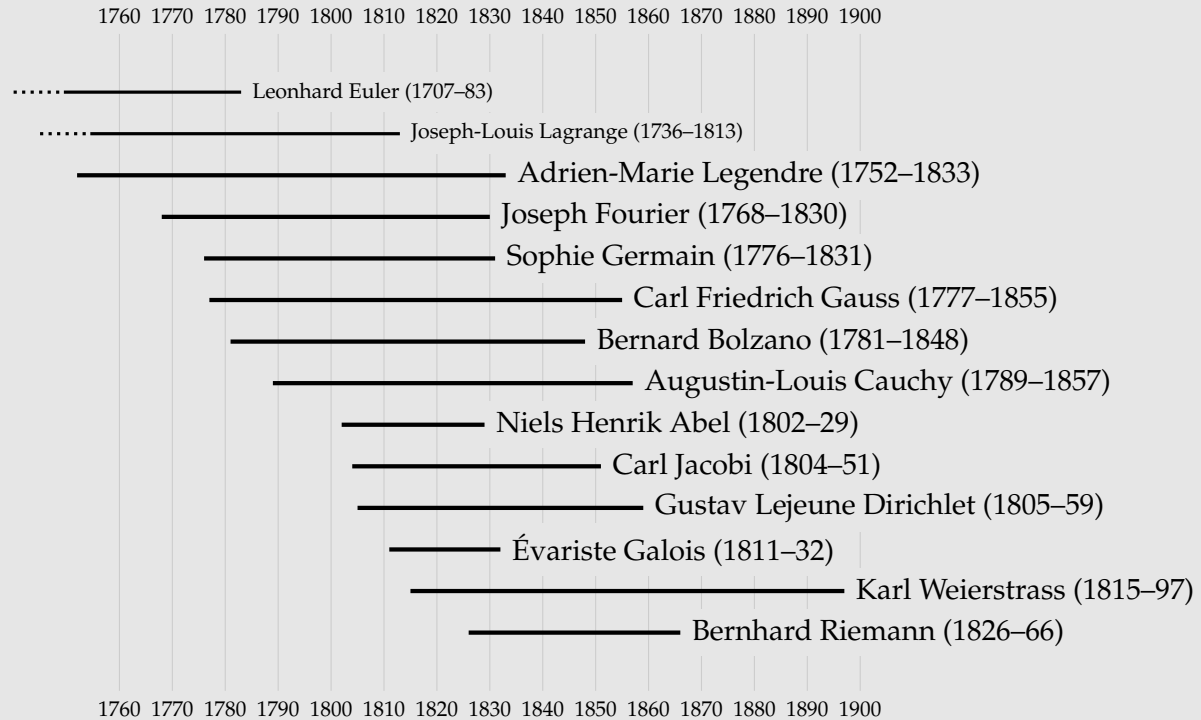
Numera **Ryska vetenskapsakademin.**

- **Kungliga Vetenskapsakademien (KVA)** i Stockholm.
Grundad 1739 av bl.a. Jonas Alströmer & Carl Linnæus.
Delar ut Nobelpris i fysik och i kemi.
Många kända matematiker invalda som medlemmar.

(Euler 1755, Johann III Bernoulli 1774, Laplace 1806, Lagrange 1806, Gauss 1821, Poisson 1823, Bessel 1823, Fourier 1830, Cauchy 1831, Jacobi 1836, Crelle 1841, Liouville 1851, Dirichlet 1854, Lamé 1854, Bertrand 1858, Kummer 1873, Weierstrass 1881, Hermite 1881, Mittag-Leffler 1883, Bäcklund 1888, Lindstedt 1889, Chebyshev 1893, Fuchs 1898, Poincaré 1900, ...)

Driver **Institut Mittag-Leffler** i Djursholm, forskningsinstitut som ger ut tidskrifterna *Acta Mathematica* och *Arkiv för matematik*.

Matematiker i detta föredrag



Carl Friedrich Gauss (1777–1855)



Gauss på tysk sedel från 1990-talet, med normalfördelningskurvan

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

och historiska byggnader från Göttingen.

(Alla bilder är hämtade från Wikimedia Commons.)

- Född i fattig arbetarfamilj i Braunschweig.
(I furstendömet Braunschweig-Wolfenbüttel i hertigdömet Braunschweig-Lüneburg.)
- Stöttad från tidig ålder av hertigen av Braunschweig, Karl Wilhelm Ferdinand (1735–1806).
- Studier på universitetet i Göttingen 1795–98.
- Hertigen stupade i Napoleonkrigen.
Gauss behövde ny försörjning. Blev 1807 föreståndare för observatoriet i Göttingen. Kvar där resten av livet.
(Hade december 1801 beräknat positionen för asteroiden Ceres, upptäckt samma år men "borttappad" bakom solen.)

- Mångsidig. Både ren och tillämpad matematik:
 - Talteori
 - Differentialgeometri
 - Icke-euklidisk geometri
 - Analys
 - Astronomi
 - Lantmäteri
 - Elektromagnetism
 - ...
- Perfektionist. Inte särskilt ärelysten. Publicerade bara en liten del av alla sina upptäckter. (Finns bevarade i hans matematiska dagböcker.)

Adrien-Marie Legendre (1752–1833)



Karikatur av Legendre och Fourier från 1820.

Enda kända bilden av Legendre!

(2005 upptäcktes att man överallt felaktigt använt ett porträtt av en samtida politiker Louis Legendre. Bilden ovan hittades 2008 i biblioteket på *Institut de France*.)

- Född, utbildad och verksam i Paris.
- Först att publicera **minsta kvadrat-metoden** 1806.
(Gauss var före, 1794, men hade ej publicerat.)
- Först att publicera något om **primtalssatsen** 1798:
Förmodade att

$$\pi(x) \sim x/(\ln x - A) \quad \text{då } x \rightarrow \infty$$

för någon konstant A , där $\pi(x)$ är antalet primtal $\leq x$.

(Men Gauss var före; beskrev i brev 1849 hur han 1792 eller 1793 noterat att $\pi(x) \sim x/\ln x$, genom att "räkna igenom något tusental då och då när han hade en kvart över, utan att riktigt nå fram till en miljon"!)

- Formulerade lagen om **kvadratisk reciprocitet**, som Gauss senare bevisade:

Om p och q är två udda primtal ($p \neq q$), så är

$$\left(\frac{p}{q}\right)\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}\frac{q-1}{2}},$$

där **Legendresymbolen** $\left(\frac{q}{p}\right)$ står för $+1$ om q har en kvadratrot när man räknar modulo p , och -1 annars.

- Arbeten om **elliptiska integraler**.

Vidareutvecklades senare av Abel och Jacobi.

I analyskurserna lär ni er beräkna integraler

$$\int R(x, \sqrt{p(x)}) dx$$

där R är en rationell funktion och p är ett polynom av **grad 1 eller 2**.

Om p har **grad 3 eller 4** fås istället **elliptiska integraler**, som inte kan uttryckas med elementära funktioner.

(Uppkommer bl.a. vid beräkning av **ellipsens båglängd**, därav namnet.)

- Även Gauss hade studerat elliptiska integraler.
- Stolt upptäckt i Gauss' dagbok 30 maj 1799:

Jämför dessa integraler (I_1 är elliptisk, I_2 är elementär):

$$I_1 = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = \boxed{?} \quad I_2 = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \left[\arcsin x \right]_0^1 = \boxed{\frac{\pi}{2}}.$$

Numeriska beräkningar med 11 decimaler (för hand såklart) tyder på följande samband:

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{\operatorname{agm}(1, \sqrt{2})}} \quad (= 0.83462684167 \dots, \text{Gauss' konstant})$$

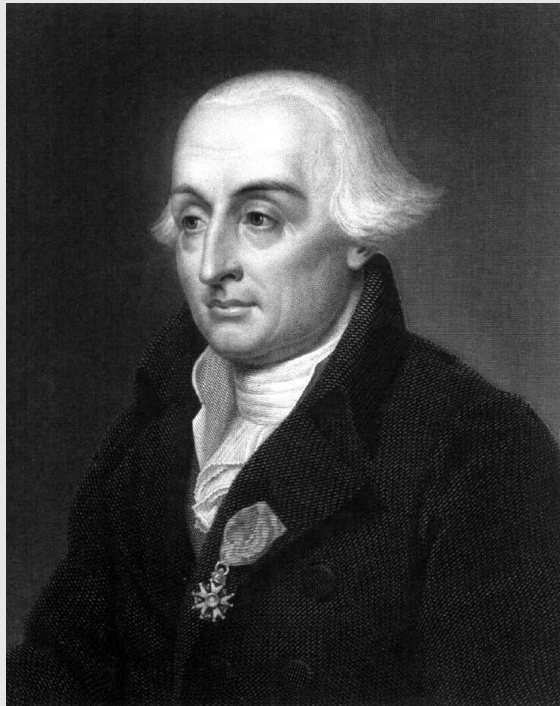
där **agm** står för det **aritmetisk-geometriska medelvärdet**:

$$\operatorname{agm}(a_0, b_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$

$$a_{n+1} = \underbrace{(a_n b_n)^{1/2}}_{\text{geom. mv.}} \quad b_{n+1} = \underbrace{\frac{1}{2}(a_n + b_n)}_{\text{arithm. mv.}}$$

- Gauss var dock inte först denna gång!

Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) hade bevisat och publicerat detta redan 1785.



Joseph Fourier (1768–1830)

- Från Auxerre, Bourgogne (öster om Paris). 19:e barnet!
- Föräldralös vid 9 års ålder.
- Hamnade i militärskola.
- Engagerad lokal revolutionspolitiker.
- Anklagade kolleger för korruption 1794. Dessa försökte få honom arresterad och avrättad. Han reste till Paris för att vädja till Robespierre, men förgäves.
- Greps, släpptes, greps igen. Frigavs vid allmän amnesti efter att Robespierre avrättats 28 juli 1794.



- Kom in på nyöppnade **École normale** i Paris.
Föreläsningar med **Gaspard Monge** (1746–1818), **Pierre Simon de Laplace** (1749–1827), Lagrange och Legendre.
Skolan stängdes efter ett år.
(Öppnades igen senare och blev **École normal supérieure**, ENS.)
- **École polytechnique** grundades, av bl.a. Monge.
Monge fick in Fourier som lärarassistent – under titeln "polisadministratör"!
- Arresterades igen och hotades med avrättning för att ha tidigare ha stöttat Robespierre, men hans professorer på EP räddade honom.
- Med Napoleon (och Monge) i Egypten 1798.

- Mest känd för studier av **värmeledning**.
- Första arbetet presenterades för Parisakademin 1807.
(Fourier var då i "provinserna" – Grenoble – utsedd av Napoleon till prefekt för departementet d'Isère).
- Införde där symbolen \int_a^b för bestämd integral; innan dess hade gränserna bara angetts i ord.
- Ny version 1811 vann pris, publicerades som *Théorie analytique de la chaleur* (men först 1822).
- Bodde några år i England från 1816.
- Ständig sekreterare i Parisakademin från 1822.
- Invald i KVA 1830. Avled kort därefter.
(Hjärtproblem sedan länge, blev hastigt sämre efter fall i en trappa.)

- **Värmeledningsekvationen** $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

- Lösning med hjälp av **Fourierserier**.

Periodisk svängning uttrycks som (oändlig) summa av **grundton** och **övertoner** med lämpliga amplituder.

- T.ex. för godtycklig(?) udda funktion av period 2π :

$$f(x) = c_1 \sin(x) + c_2 \sin(2x) + c_3 \sin(3x) + \dots$$

där amplituderna c_k ges av integralen

$$c_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin(kx) dx.$$

- **Kontroversiellt!** (Kan man verkligen *alltid* göra så?)
- Frågan om konvergens hos Fourierserier blev mycket drivande för analysens utveckling framöver.

Sophie Germain (1776–1831)

- Född i Paris.
Välbärgad köpmansfamilj.
- Tvungen att hålla sig hemma i tonåren under franska revolutionen. Roade sig med studier i faderns bibliotek, och lärde sig grekiska, latin, matematik m.m. på egen hand.
- Skaffade föreläsningsanteckningar från École polytechnique. Skickade in hemuppgifter under manlig pseudonym till Lagrange, som insåg begåvningen, bad om att få träffas, och blev hennes privata mentor.



- Talteori.

Korrespondens med Legendre och (också under manlig pseudonym först) Gauss.

- Elasticitetsteori.

Vilka ekvationer beskriver en vibrerande metallplatta?

Vann efter många försök, och många års arbete, pris för detta från Parisakademin 1816 (som första kvinna).

- Hade ej möjlighet att regelbundet närvara på akademins offentliga sessioner.

(Ledamöternas fruar hade förtur, eventuella överblivna biljetter kunde sedan delas ut till allmänheten.)

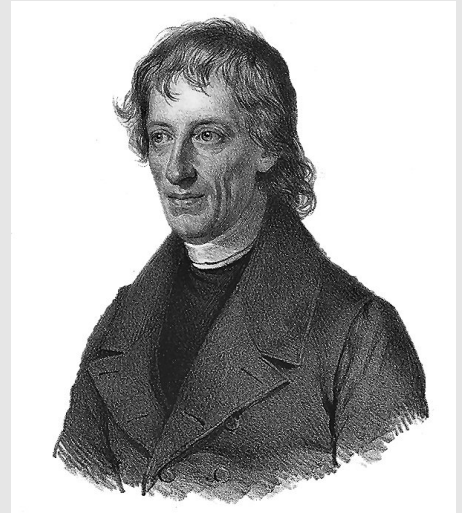
- Blev vän med Fourier (akademins sekreterare) 1823, och därefter fixade han biljetter åt henne.
- Drabbades av bröstcancer 1829, avled 1831.

Bernard Bolzano (1781–1848)

- Mer exakt: Bernardus Placidus Johann Gonzal Nepomuk Bolzano.
- Från Prag, i kungariket Böhmen (som tillföll kejsardömet Österrike 1806).

Modersmål tyska.

- Katolsk präst, teolog, filosof, logiker, matematiker.
- Antimilitarist. Avskedad från Prags universitet 1819. Flyttade ut på landet. Publicerade i obskyra östeuropeiska tidskrifter.



- Det mesta av hans arbete blev känt postumt.
Före sin tid med stringens inom matematisk analys.
- **Definition av gränsvärde.**
- **Supremumaxiomet.**
Om M är en uppåt begränsad mängd av reella tal så finns det ett reellt tal som är den **minsta** övre gränsen för M .
(Så är det inte för t.ex. de rationella talen.)
- Analytiska bevis för **satsen om mellanliggande värde** och **algebrans fundamentalsats.**
- **Bolzano–Weierstrass’ sats.**
Varje begränsad reell följd har en konvergent delföljd.
- Exempel på en funktion som är **överallt kontinuerlig** men **ingenstans deriverbar.**

Augustin-Louis Cauchy (1789–1857)

- Född i Paris aug 1789, en månad efter revolutionens början.
- Fadern jurist och regeringstjänsteman, bekant med Laplace och Lagrange.
- Utbildade sig till ingenjör, övergick till matematik.
- Först med någorlunda rigorösa bevis i analys, t.ex. resonemang med ε (erreur) och δ (difference).
(Med undantag för Bolzano, men han var ju okänd vid den tiden.)
- Komplex analys, permutationsgrupper, vågrörelselära, mekanik, geometri, talteori, och mycket annat.
Extremt produktiv, bara Euler var värre.
(Samlade verk: 27 volymer.)



- Hängiven katolik och rojalist.
Stödde gamla kungahuset Bourbon som hade avsatts vid revolutionen.
(Kung Ludvig XVI och hustrun Marie Antoinette avrättades 1793.)
- Efter Napoleons fall återvände den förre kungens bror från exil och blev kung Ludvig XVIII 1814.
- Monge uteslöts ur akademien av politiska skäl. Cauchy erbjöds hans plats av kungen, och accepterade.
Inte poppis i vetenskapliga kretsar!
- Blev 1816 professor vid *École polytechnique*, som höll på att reformeras i konservativ riktning. Produktiv tid.
Cours d'analyse de l'École royale polytechnique (1821)
Résumé des leçons données à l'École royale polytechnique sur le calcul infinitésimal (1823)
Leçons sur les applications du calcul infinitésimal à la géométrie (1826–28)

- Huset Bourbon (kung Karl X) avsattes 1830.
- Cauchy vägrade svära trohetsed till den nye kungen Ludvig Filip I.
Förlorade alla sina poster i Paris, förutom medlemskapet i akademien.
- Gick i landsflykt.
- Undervisade i Turin (i kungadömet Sardinien) 1831–32.
Invald i KVA 1831.
- Till Prag 1833.
Privatlärare åt Henri d'Artois (1820–1883), 13-årig kronprins i exil, sonson till Karl X.
Totalt fiasko, som pågick till 1838.
(Men utnämnd till baron för besväret åtminstone.)

- Åter till Paris 1839.

Invald till medlem av Bureau des Longitudes. Kungen godkände ej detta (Cauchy vägrade fortfarande svära eden). Fick ingen lön och fick ej delta på mötena. Utbytt efter fyra år.

- Ny revolution 1848, kungen avsatt.

Louis-Napoléon Bonaparte (gamle Napoleons brorson) vald till president på fyra år.

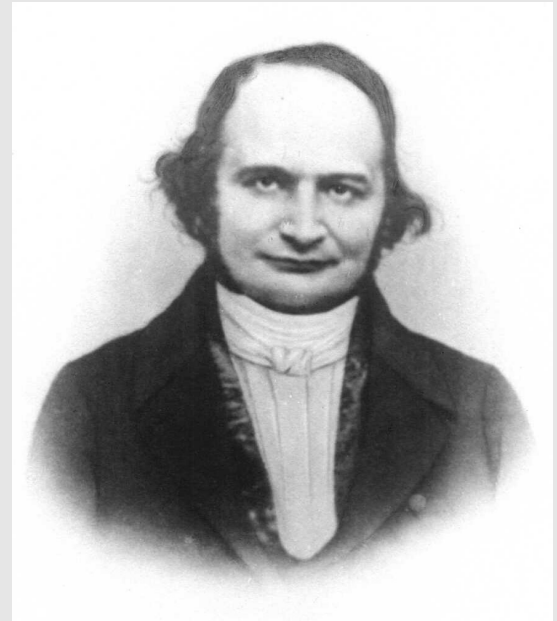
- Cauchy fick äntligen jobb igen: professor i matematisk astronomi.

- Författningen tillät ej presidenten att bli omvald 1852, så han gjorde statskupp och blev kejsare Napoleon III.

Nu skulle alla svära trohetsed igen! Kejsaren övertalades dock att göra undantag för Cauchy...

Carl Jacobi (1804–51)

- Född i Potsdam (nära Berlin) i judisk bankfamilj.
- Tidig begåvning. Började på universitet i Berlin 1821.
- 1825: doktorat, habilitation, och konvertering till kristendomen (för att få undervisa vid universitetet).
- Flyttade till Königsberg 1826. Umgicks med astronomen och matematikern **Friedrich Wilhelm Bessel** (1784–1846).
- *Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum* (1829).
- Professor i Königsberg 1832 (förste jude att bli professor vid ett tyskt universitetet). Invald i KVA 1836.



- 1842–43 föreläsningsserie i Königsberg om mekanik, senare publicerad som *Vorlesungen über Dynamik*.
- Efteråt kollaps (överarbete och hälsoproblem).
- Hälsosemester i Italien, därefter sjukpensionär i Berlin.
(Kung Fredrik Vilhelm IV av Preussen betalade, på rekommendation av **Alexander von Humboldt** (1769–1859), berömd naturvetare och upptäcktsresande.)
- Revolter 1848. Preussisk nationalförsamling instiftad.
Jacobi ställde upp som liberal kandidat.
Kungen sur, pensionen drogs in!
(Tvingades sälja huset i Berlin och flytta ut på landet med familjen.
Fick dock tillbaka pensionen året därpå.)
- Dog i smittkoppor 1851.

Gustav Lejeune Dirichlet (1805–59)

- Från Düren i nuvarande västra Tyskland (nära Belgien).

Franskt 1794–1814, tillföll Preussen efter Wienkongressen.

- Gymnasium i Bonn och Köln (med bl.a. fysikern Georg Ohm som lärare).

Ingen examen – kuggade i latin.

- Läste matematik i Paris 1822–26.

Försörjning: privatlärare i tyska för barnen till franske generalen Foy.



- Tidigt berömd för bevis (ihop med Legendre) för att

$$x^5 + y^5 = z^5$$

saknar positiva heltalslösningar.

(Jfr. "Fermats stora sats" om $x^n + y^n = z^n$.)

- Pengabekymmer 1825 när Foy dog.

Fourier och Poisson kontaktade A. von Humboldt som fixade stöd från Preussens regering.

- Försökte få Bonns universitet att godta Fermat-arbetet som doktorsavhandling.

Kunde dock ej genomföra den nödvändiga disputationen på latin. Utsågs 1827 till **hedersdoktor** istället!

- Uppfann **analytisk talteori**.
- Visade **Dirichlets sats** om konvergens av Fourierserier.
- Studerade **Dirichletproblemet** i potentialteori:
 Hitta lösning till Laplaces ekvation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ med föreskrivna randvärden.
- Professor vid Berlins universitet 1831.
 Känd som en glasklar föreläsare.
 Också känd för att vara tankspridd och glömma bort tiden!
- Gift 1832 med Rebecca Mendelssohn (syster till Felix och Fanny, kända kompositörer).

- Nära vän med Jacobi i Berlin.

Dirichlet allein, nicht ich, nicht Cauchy, nicht Gauß, weiß, was ein vollkommen strenger Beweis ist, sondern wir lernen es erst von ihm. Wenn Gauß sagt, er habe etwas bewiesen, so ist es mir sehr wahrscheinlich, wenn Cauchy es sagt, ist ebensoviel pro als contra zu wetten, wenn Dirichlet es sagt, ist es *gewiß*; ich lasse mich auf diese Delikatessen lieber gar nicht ein.

(Brev från Jacobi till A. von Humboldt 21 dec 1846)

- Professor i Göttingen 1855 efter Gauss' död.

Niels Henrik Abel (1802–29)

- Växte upp i Gjerstad i sydvästra Norge.
- Fadern var präst och politiker.
- Sändes 1815 till katedralskolan i Christiania (Oslo).
- Favoritnöje: gå på teater.
- 1817 ny matematiklärare **Bernt Holmboe** (1795–1850). Började läsa verk av Euler, Newton, m.fl.
- Fadern dog 1820 (politiskt fiasko, spritproblem). Familjen utfattig. Abel nu familjeförsörjare.



- Holmboe lyckades ordna stipendium åt Abel, som 1821 började på universitetet i Christiania (grundat 1811).
- Bevisade 1823 att **femtegradsekvationer** i allmänhet ej går att lösa exakt med bara de fyra räknesätten och rotutdragningar.
(Första versionen av artikeln mycket kryptisk; komprimerad till 6 sidor för att hålla nere tryckningskostnaderna.)
- Fick 1825 resestipendium från regeringen.
Reste i Europa med några andra lovande unga norska forskare.
(Planerade bl.a. besöka Gauss i Göttingen.)

- Mötte i Berlin **August Leopold Crelle** (1780–1855).
Sju av Abels artiklar publicerades 1826 i första volymen av *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (allmänt kallad *Crelles Journal*).
- Reste i Alperna med vännerna.
Sedan på egen hand till Paris 10 juli – 29 dec 1826.
- Köpte och läste Cauchys *Exercises des Mathématiques* som kom ut någon gång i månaden.

- Sökte upp matematiker, men hade svårt att få kontakt.
Om Legendre: "artig, men tyvärr gammal som sten".
Om Cauchy: "galen, men den ende som för tillfället vet hur matematik ska bedrivas".
- Träffade Dirichlet ("mycket skarp matematiker"), då ung student i Paris.

Dirichlets välgörare A. von Humboldt bodde också i Paris. Hade kanske kunnat lösa Abels penningproblem? Men olyckliga omständigheter gjorde att de ej fick kontakt.

- Tävlade med Jacobi om att utveckla teorin för **elliptiska funktioner**.

Inverser till elliptiska integraler, på samma sätt som $\sin x$ är invers till integralen

$$\arcsin x = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}.$$

T.ex. Jacobis elliptiska funktion $\operatorname{sn}(x;k)$, inversen till

$$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}.$$

(Förekommer bl.a. i den exakta formeln för en pendels svängning.)

- Skickade sitt bästa manuskript (om **abelska integraler**) till Parisakademin 30 okt 1826.

Sekreteraren Fourier läste upp introduktionen på mötet.

- Cauchy skulle granska artikeln, men den blev liggande i hans skrivbordslåda.

Abel fick aldrig något svar så länge han levde.

- Åkte hem besviken, skuldsatt och sjuk i dec 1826.

Skippade Göttingen på hemvägen för att spara pengar.
Träffade aldrig Gauss.

- Slädfärd till fästmon för att fira jul 1828.
Blev allvarligt sjuk igen, och dog där i TBC 6 april 1829.
- Crelle hade under tiden lyckats ordna fast jobb åt Abel i Berlin. Brevet med de glada nyheterna var daterat 8 april 1829...
- I en fotnot i en artikel från 1828 i *Crelles Journal* hade Abel nämnt det manuskript han skickat till akademien i Paris okt 1826.
Jacobi skrev till Legendre 14 mars 1829 och frågade.
Manuskriptet letades fram, och publicerades till slut 1841.

Évariste Galois (1811–32)

- Från Bourg-la-Reine nära Paris. Pappan republikan, borgmästare i byn.
- Till **Lycée Louis-le-Grand**, känd skola i Paris, vid 12 års ålder. Läste matematik på egen hand, t.ex. Legendres berömda lärobok *Éléments de Géométrie*.
- Sökte 1828 till École polytechnique, kom ej in.
- Skickade två artiklar till Parisakademin. Ej publicerade.
- Fadern tog sitt liv 1829 (skandal med ryktesspridning).
- Sökte igen 1829, kom ej in. École normale istället.



- Julirevolutionen 1830.

Republikanen Galois ville till barrikaderna, men var inlåst på skolan.

Hann inget göra förrän en ny kung var tillsatt (Ludvig Filip I).

- Hoppade av skolan.

Gick med i Nationalgardet (artilleriet, pro-republikansk enhet, som dock upplöstes 31 dec 1830).

- Bankett maj 1831 för att fira frigivningen av 19 republikanska officerare från Nationalgardet.

Många kända deltagare, t.ex. författaren Alexandre Dumas d.ä. (1802–70) (*De tre musketörerna*, *Greven av Monte Cristo*).

Det skålades för franska revolutionen, Robespierre, etc. Till allas förvåning utbringade Galois en skål för den nye kungen...?!?

- Galois hade skålat för kungen... med en kniv i handen!
Tolkades som mordhot. Tumult!
Dumas flydde via fönstret för att ej bli inblandad.
Galois arresterad men frikänd.
- Dömd till sex månaders fängelse för att olagligt burit uniform vid demonstrationer på nationaldagen 14 juli 1831.
- Nyår 1831/32. Skandalen med Abels manuskript allmänt känd. Galois klagade från fängelset över att även hans artiklar ignorerats.

- Rädsla för koleraepidemi i fängelset. Galois släppt och hemskickad.
- Hamnade i duell. (Dispyt om kvinna, detaljer oklara.)
Skjuten i magen.
Dog dagen därpå, 31 maj 1832, bara 20 år gammal.
- Hade fått några artiklar utgivna under sin livstid, men de viktigaste verken publicerades postumt.

- Studerade lösbarhet hos polynomekvationer.
(Relaterat till Abels resultat om femtegradares olösbarhet, men mer djupgående.)

- Skrev frenetiskt ner sina teorier innan duellen.

Tu prieras publiquement Jacobi ou Gauss de donner leur avis non sur la vérité, mais sur l'importance des théorèmes. Après cela il se trouvera, j'espère, des gens qui trouveront leur profit à déchiffrer tout ce gâchis.

(Brev till vännen A. Chevalier 29 maj 1832)

- **Joseph Liouville** (1809–1882) läste manuskriptet 1843 och publicerade det i sin tidskrift *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* 1846.
- **Galoisteori** är numera ett standardämne inom abstrakt algebra.

Karl Weierstrass (1815–97)

- Från Westfalen, en provins i Preussen. Fadern var regerings-tjänsteman.
- Blev intresserad av matematik på gymnasiet i Paderborn.
- Sänd till univ. i Bonn för att läsa juridik och ekonomi. Uttråkad! Läste matte på egen hand i stället. Mycket öldruckande och fäktning, ingen examen.
- Läste istället till skollärare i matematik i Münster. **Christoph Gudermann (1798–1852)** inflytelserik lärare.



- Kuriosa: **Gudermannfunktionen** och dess invers.

$$\operatorname{gd} x = \int_0^x \frac{dt}{\cosh t} = \arcsin(\tanh x) = \arctan(\sinh x)$$

$$\operatorname{gd}^{-1} x = \int_0^x \frac{dt}{\cos t} = \operatorname{arsinh}(\tan x) = \operatorname{artanh}(\sin x)$$

- Weierstrass arbetade sedan som lärare.

1842 gymnasium i Deutsche Krone, Västpommern (nuv. Wałcz, nordvästra Polen).

1848 jesuitskola i Braunsberg (nuv. Braniewo, nordöstra Polen).

- Skrev matematiska arbeten som vann berömmelse.
- Satte ny standard för stringens inom analysen.
- Hedersdoktor i Königsberg 1854. Professor i Berlin 1864.

- Presenterade 1872 för Berlinakademin en kontinuerlig funktion som inte är deriverbar i någon punkt:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x),$$

där $0 < a < 1$, b är ett positivt udda tal, och $ab > 1 + \frac{3}{2}\pi$.

(Bolzanos mycket tidigare exempel blev allmänt känt först senare.)

- Många berömda elever, t.ex. Gösta Mittag-Leffler, Sonja Kovalevsky, Georg Cantor, Ferdinand Georg Frobenius.
- Berlin framstående matematikcentrum under ledning av "triumviratet" vid universitetet:

Ernst Kummer (1810–93)

Leopold Kronecker (1823–1891)

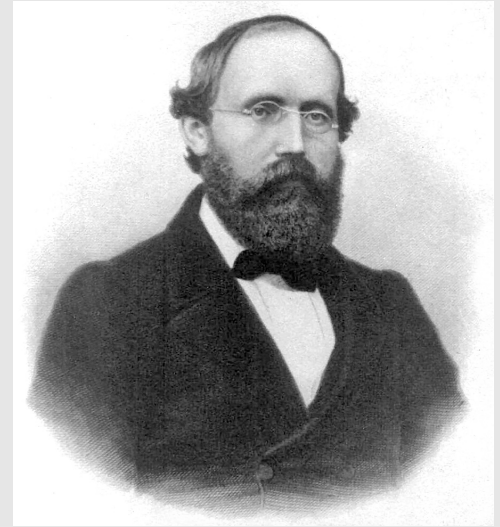
Karl Weierstrass (1815–97)

Bernhard Riemann (1826–66)

- Från enkla förhållanden.

Pappan präst i Breselenz, by nära floden Elbe i kungariket Hannover.

De flyttade när Riemann var liten till Quickborn, en ännu mindre by i trakten.



- Blyg, inåtvänd, melankolisk.

Dålig hälsa hela livet. (Undernäring?)

Men en av de mest visionära och nyskapande matematikerna någonsin!

- Mycket from. Pressade sig till hårt arbete. Inga nöjen.

”Daglig självrannsakan inför Guds ansikte.”

- Började gymnasiet först vid 14 års ålder, i Hannover (bodde hos sin mormor). Vantrivdes fruktansvärt.

Skolsystemet i Preussen hade 1809–10 reformerats av **Wilhelm von Humboldt** (1767–1835, bror till Alexander).

Gymnasium mellan 10 och 20 års ålder.

Mycket mindre grekiska och latin än förut; istället mer matematik och annat.

- Mormodern dog 1842. Byte till gymnasium i Lüneburg. Närmare hem nu – bara 10 timmars promenad!

- Till universitet i Göttingen 1846 för att läsa teologi.
(Grundat 1734. Det enda universitetet i kungariket Hannover.)
- Dock mera intresserad av matte. Fick faderns tillåtelse att byta ämne.
- Gick bl.a. på föreläsningar med Gauss i linjär algebra.
(Gauss var då 69 år. Aldrig särskilt intresserad av undervisning. Skolreformer tvingade universiteten att utbilda mängder av lärare, och Gauss gav bara elementära kurser i Göttingen.)
- Bytte 1847 till Berlins universitet. Läste där i två år med bra lärare: Jacobi, Dirichlet, Steiner, Eisenstein.
- Oroligheterna 1848.
Kung Fredrik Vilhelm IV kallade först in militär, drog sedan tillbaka trupperna från Berlin för att hålla sig väl med folket.
Studenterna bildade ett garde för att skydda kungen mot upprorsmakare. Till och med världsfrånvände Riemann deltog och höll vakt vid slottet.

- Tillbaka till Göttingen 1849.

Doktorerade efter två år (25 år gammal) på avhandling om komplex analys. Fick beröm t.o.m. av kräsne Gauss.

(I komplex analys möter man tidigt **Cauchy–Riemanns ekvationer**, och senare **Riemannytor** och **Riemanns avbildningssats**.)

- Vän med **Richard Dedekind** (1831–1916) som kom till Göttingen 1850, också för att doktorera.

Det vi vet om Riemanns person kommer från Dedekinds minnesruna.

Dedekinds avhandling var inte märkvärdig, men han är känd för flera viktiga senare verk. (Klargörande av begreppet **ideal** i abstrakt algebra. Tillämpningar inom **algebraisk talteori**. Definition av de reella talen som **Dedekindsnitt**.)

- Dirichlet besökte Göttingen 1852. Stor hjälp för Riemann, som då arbetade på sin habilitation.
- **Habilitationsavhandlingen** (postumt publicerad 1867) handlade om Fourierserier, och det var där han introducerade **Riemannintegralen**.

Die unbestimmtheit, welche noch in einigen Fundamentalpunkten der Lehre von den bestimmten Integralen herrscht, nöthigt uns, Einiges voraufzuschicken über den Begriff eines bestimmten Integrals und den Umfang seiner Gültigkeit.

Also zuerst: Was hat man unter $\int_a^b f(x) dx$ zu verstehen?

(Ueber die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe, 1854/1867)

- **Habilitationsföreläsning** 10 juni 1854.

Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.

(Riemann gav tre förslag på ämnen. Gauss valde.)

- Behandlar n -dimensionella krökta rum.

Riemannska mångfalder, Riemanns krökningstensor.

T.ex. den fyrdimensionella **rumtiden** i allmänna relativitetsteorin.
Materien kröker rumtiden.

(Om man ska vara noga är det en **pseudo-riemanssk** mångfald, eftersom tidsvariabeln spelar en annan roll än rumsvariablerna, men sak samma.)

- Gauss sägs ha varit den ende närvarande som förstod föreläsningen.

(Hade själv studerat **Gausskrökning** hos ytor i rummet.)

- Riemann kunde sedan undervisa som *Privatdozent*. Men han var en plågad och usel föreläsare!
- Gauss dog 1855. Dirichlet övertog hans professur.
- Riemann känd 1857 för ett arbete om abelska integraler. Tjänst som "extraordinarie professor" i Göttingen.
- Dirichlet dog 1859. Riemann övertog professuren.

- Invald i Berlinakademin samma år, 1859.
Sände dem ett verk inom analytisk talteori:
Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Größe.
- Därifrån kommer **Riemannhypotesen**, ett av de mest berömda olösta problemen i matematiken:

”De icke-triviala nollställena till zeta-funktionen $\zeta(s)$ ligger alla på linjen $\operatorname{Re}(s) = 1/2$ i komplexa talplanet.”

- Sant eller falskt?

En miljon dollar från Clay Mathematics Institute till den som lyckas avgöra frågan!

(Hadamard och de la Vallée Poussin visade 1896 att nollställena ligger i remsan $0 < \operatorname{Re}(s) < 1$. Redan detta räcker för att få **primtals-satsen** som följsats, $\pi(x) \sim \operatorname{Li}(x) = \int_2^x \frac{dt}{\ln t}$.)

- Fick besök i Göttingen av framstående italienska matematiker 1858.
Reste till Berlin 1858, träffade "triumviratet".
Besökte även kända matematiker i Paris 1860.
- Försämrad hälsa 1862 (TBC).
Flera resor till Italien för att kurera sig.
- Giftermål 1862 med en väninna till systrarna.
Dotter född 1863 i Pisa.
- Avled 1866 vid Lago Maggiore.