LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen

TATA41
TEN1

Övningstentamen 1 i Envariabelanalys 1

Penna, radergummi, linjal, passare och grad-/radianskiva utan formler på får användas. Inga andra hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och innehålla ett tydligt utskrivet svar till varje uppgift. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Tentamen består av tre delar: A1, A2 och B.

- **Del A1** består av 2 uppgifter, numrerade 1 och 2, värda 3p var.
- **Del A2** består av 2 uppgifter, numrerade 3 och 4, värda 3p var.
- **Del B** består av 3 uppgifter, numrerade 5–7, värda 3p var.

Med **godkänd uppgift** menas en uppgift som bedömts med minst 2p.
För godkänd tentamen (**betyg 3/4/5**) räcker krav K1, K2 och K3, där

- **K1:** Minst 2 poäng på del A1.
- **K2:** Minst 2 poäng på del A2.
- **K3:** Minst 3/4/5 godkända uppgifter och minst 8/12/16 poäng totalt.

Del A1 - Differentialkalkyl

1. Skissa grafen till funktionen $f(x) = e^{3x}\left(2 - \dfrac{3}{x}\right)$. Ange alla lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Undersök gränsvärdena

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-x-2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{3x+\ln x}{\sqrt{x}-2x+\sin x}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} (2^x+5^x)^{\frac{1}{x}}$.

Var god vänd!

Del A2 - Integralkalkyl

3. Beräkna

   (a) $\displaystyle\int \frac{\cos(\ln x)}{x}\,dx$ (b) $\displaystyle\int \arctan 3x\,dx$ (c) $\displaystyle\int \frac{x^2+2}{x^2+2x+2}\,dx.$

4. Beräkna den generaliserade integralen $\displaystyle\int_2^\infty \frac{dx}{x^2+x\sqrt{x}}$ eller visa divergens.

Del B

5. (a) Formulera analysens huvudsats.

   (b) Låt $f(x) = \displaystyle\int_x^{2x} \frac{e^t}{t^2}\,dt$ Visa att f antar ett minsta värde på $x > 0$ och ange för vilket/vilka x som det sker.

6. Ange, för samtliga reella värden på konstanten k, antalet reella lösningar till ekvationen $(x-3)\ln(3-x) + 3 - x\ln x = k(x-3)$.

7. Antag att f är en funktion sådan att $f''(x)$ existerar för alla $x \in \mathbf{R}$ och att f har minst tre olika reella nollställen. Visa att f'' har minst ett reellt nollställe.
