

Övningstentamen 2 i Envariabelanalys 1

Penna, radergummi, linjal, passare och grad-/radianskiva utan formler på får användas. Inga andra hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och innehålla ett tydligt utskrivet svar till varje uppgift. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Tentamen består av tre delar: A1, A2 och B.

- **Del A1** består av 2 uppgifter, numrerade 1 och 2, värda 3p var.
- **Del A2** består av 2 uppgifter, numrerade 3 och 4, värda 3p var.
- **Del B** består av 3 uppgifter, numrerade 5–7, värda 3p var.

Med **godkänd uppgift** menas en uppgift som bedömts med minst 2p. För godkänd tentamen (**betyg 3/4/5**) räcker krav K1, K2 och K3, där

- **K1:** Minst 2 poäng på del A1.
- **K2:** Minst 2 poäng på del A2.
- **K3:** Minst 3/4/5 godkända uppgifter och minst 8/12/16 poäng totalt.

Del A1 - Differentialkalkyl

1. Skissa grafen och ange värdemängden till funktionen $f(x) = \arctan 2x + \frac{1 - 2x}{1 + 4x^2}$ med $D_f = [0, \infty[$. Ange också alla vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.
2. Undersök gränsvärdena

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{2 + 3x} - \sqrt{2 - x}}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x + 5) - \ln x}{\sin \frac{2}{x}}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x - 1)}{\ln(x^2 - 1)}.$$

Var god vänd!

Del A2 - Integralkalkyl

3. Beräkna

$$(a) \int \frac{2x}{8x - x^2 - 15} dx \quad (b) \int \ln(x^2 + 1) dx \quad (c) \int x (\cos x^2 - \cos 2x) dx.$$

4. Beräkna $\int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^3+4x} dx$ och $\int_0^{\infty} \frac{x+1}{x^3+4x} dx$ eller visa divergens.

Del B

5. Ange antalet reella lösningar till ekvationen $\frac{e^{-1/x}}{x^2+1} = k$ för alla reella konstanter k .

6. (a) Definiera vad det betyder att F är en primitiv funktion till f på ett intervall I .

(b) F är en primitiv funktion till $f(x) = |x|e^x$ på \mathbf{R} och $F(0) = 0$. Bestäm $F(x)$.

7. Undersök $\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^{2x} \frac{f(t)}{t^2} dt$ om f är 2 gånger (ej nödvändigtvis kontinuerligt) deriverbar.
