

Övningstentamen 4 i Envariabelanalys 1

Penna, radergummi, linjal, passare och grad-/radianskiva utan formler på får användas. Inga andra hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och innehålla ett tydligt utskrivet svar till varje uppgift. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Tentamen består av tre delar: A1, A2 och B.

- **Del A1** består av 2 uppgifter, numrerade 1 och 2, värda 3p var.
- **Del A2** består av 2 uppgifter, numrerade 3 och 4, värda 3p var.
- **Del B** består av 3 uppgifter, numrerade 5–7, värda 3p var.

Med **godkänd uppgift** menas en uppgift som bedömts med minst 2p. För godkänd tentamen (**betyg 3/4/5**) räcker krav K1, K2 och K3, där

- **K1:** Minst 2 poäng på del A1.
- **K2:** Minst 2 poäng på del A2.
- **K3:** Minst 3/4/5 godkända uppgifter och minst 8/12/16 poäng totalt.

Del A1 - Differentialkalkyl

1. Skissa grafen till funktionen $f(x) = 2 \ln(3x+2) + \frac{3}{x-1}$. Ange alla lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Undersök gränsvärdena

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + e^{-x}}{\ln(x^2 + e^{3x})} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\tan x^2}.$$

Var god vänd!

Del A2 - Integralkalkyl

3. Beräkna

$$(a) \int x e^{-2x} dx \quad (b) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{3 + \sin^2 x} dx \quad .$$

På (a)-uppgiften ska du denna gång **inte** redovisa själva integralkalkylen utan istället redovisa en **kontrollerivering** som visar att ditt svar är rätt.

4. Beräkna (eller visa divergens)

$$(a) \int_2^{\infty} x^2 e^{-2x^3} dx \quad (b) \int_2^{\infty} \frac{x-2}{x^3} dx \quad (c) \int_1^{\infty} \frac{|x-2|}{x^3} dx.$$

Del B

5. (a) Hur definieras derivatan av en funktion f i en punkt $x \in \mathbf{R}$?

(b) Bestäm $\frac{d}{dx}(\ln x)$ och $\frac{d}{dx}(xe^x)$ med derivatans definition.

6. I vilken punkt på kurvan $y = x^3$, $x > 0$, ska kurvans tangent och normal läggas för att de båda punkterna där dessa räta linjer skär y -axeln ska hamna så nära varandra som möjligt?

7. Bestäm alla polynom $p(x)$ som är sådana att varje primitiv funktion till $\frac{p(x)}{x^2(1+x^2)}$, $x > 0$, har ändligt gränsvärde då $x \rightarrow \infty$.
