Exempel: Avgör konvergens:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 + 2/k^3)$

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \ln(2 + 1/k^3)$

(c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k^3 - 3k^2 + 1}$

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1+2/k^3)$

$\ln(1+t) = t + O(t^2)$

Positiv serie.

$$\ln(1+2/k^3) = \frac{2}{k^3} + O\left(\frac{1}{k^6}\right)$$

Vi jmf. med $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3}$ som ä konv.

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\ln(1+2/k^3)}{1/k^3} = \lim_{k\to\infty} \frac{2/k^3 + O(1/k^6)}{1/k^3} = 2. \quad (0<2<\infty)$$

SVAR: Konvergent.

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \ln(2 + 1/k^3)$

$\ln(2+1/k^3) \to \ln(2) \neq 0$
då $k \to \infty$.

Alltså divergent enligt divergenstestet.

(c) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k^3-3k^2+1}$

• Alternerande serie.

$$f(k) = \left| \frac{(-1)^k}{2k^3-3k^2+1} \right| = \frac{1}{2k^3-3k^2+1}$$

$$f'(k) = -\frac{6k^2-6k}{(2k^3-3k^2+1)^2} \leq 0 \quad \text{för alla } k \geq 2,$$

så termernas abs. belopp är avtagande, samt $\to 0$.

SVAR: <u>Konvergent</u> (enligt Leibniz)