Exempel

Avgör om $\displaystyle\int_1^\infty \ln\left(1+\frac{1}{x^5}\right)\,dx$ är konvergent.

Lösning

Lösning

Integralen är generaliserad endast i oändligheten.

Lösning

Integralen är generaliserad endast i oändligheten.

$$\ln(1 + 1/x^5) = 1/x^5 + \mathcal{O}((1/x^5)^2) \text{ då } x \to \infty.$$

Lösning

Integralen är generaliserad endast i oändligheten.

$$\ln(1 + 1/x^5) = 1/x^5 + \mathcal{O}((1/x^5)^2) \text{ då } x \to \infty.$$

Vi jämför med den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^5}\,dx$$

som är konvergent.

Lösning

Integralen är generaliserad endast i oändligheten.

$$\ln(1 + 1/x^5) = 1/x^5 + \mathcal{O}((1/x^5)^2) \text{ då } x \to \infty.$$

Vi jämför med den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^5}\,dx$$

som är konvergent.
Eftersom

$$0 < \lim_{x\to\infty} \frac{\ln\left(1 + 1/x^5\right)}{1/x^5} = 1 < \infty,$$

så följer från jämförelseprincipen på gränsvärdesform att integralen är konvergent.