Exempel:

Avgör om $\int_1^\infty \frac{1}{x^2 \ln(1+x)} dx$ är konvergent.

Exempel:

Avgör om $\int_1^\infty \frac{1}{x^2 \ln(1+x)} dx$ är konvergent.

Lösning: $\frac{1}{x^2 \ln(1+x)} \leq \frac{1}{x^2 \ln 2}$ $1 \leq x < \infty$.

$$0 \leq \int_1^\infty \frac{1}{x^2 \ln(1+x)} dx \leq \frac{1}{\ln 2} \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx < \infty.$$

SVAR: Konv.

$$\frac{1/x^2\ln(1+x)}{1/x^\alpha} = \frac{x^{\alpha-2}}{\ln(1+x)} \to \begin{cases} \infty & \alpha>2 \\ 0 & \alpha\le 2 \end{cases} \quad \text{då } x\to\infty.$$

Alt. Lösning: Positiv integrand, int. gen i ∞.

$$\int_1^\infty 1/x^2\,dx < \infty \quad (\text{konv.})$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1/x^2\ln(1+x)}{1/x^2} = 0. \quad \text{Så finns } T\ge 1 \text{ s.a.}$$

$$\frac{1/x^2\ln(1+x)}{1/x^2} < 1 \quad \text{då } x\ge T. \iff \frac{1}{x^2\ln(1+x)} \le \frac{1}{x^2} \text{ då } x\ge T.$$

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2\ln(1+x)}\,dx = \underbrace{\int_1^T \frac{1}{x^2\ln(1+x)}\,dx}_{A} + \int_T^\infty \frac{1}{x^2\ln(1+x)}\,dx \le$$

$$\le A + \int_T^\infty \frac{1}{x^2}\,dx < \infty. \qquad \text{(konv.)}$$

SVAR: Konvergent.