Exempel

Bestäm Taylorutvecklingen av ordning 2 för $\ln x$ kring $x = \mathrm{e}$ (restterm på ordo-form).

Lösning

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

$f(\mathrm{e}) = \ln(\mathrm{e}) = 1$

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

$f(\mathrm{e}) = \ln(\mathrm{e}) = 1$
$f'(x) = \frac{1}{x}$,

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

$f(\mathrm{e}) = \ln(\mathrm{e}) = 1$
$f'(x) = \frac{1}{x}, \quad f'(\mathrm{e}) = \frac{1}{\mathrm{e}}$

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

$f(\mathrm{e}) = \ln(\mathrm{e}) = 1$
$f'(x) = \frac{1}{x}, \quad f'(\mathrm{e}) = \frac{1}{\mathrm{e}}$
$f''(x) = -\frac{1}{x^2},$

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

$$f(\mathrm{e}) = \ln(\mathrm{e}) = 1$$
$$f'(x) = \tfrac{1}{x}, \quad f'(\mathrm{e}) = \tfrac{1}{\mathrm{e}}$$
$$f''(x) = -\tfrac{1}{x^2}, \quad f''(\mathrm{e}) = -\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}.$$

Lösning

$$f(x) = f(\mathrm{e}) + f'(\mathrm{e})(x - e) + \frac{f''(\mathrm{e})}{2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$

$f(\mathrm{e}) = \ln(\mathrm{e}) = 1$
$f'(x) = \frac{1}{x}, \quad f'(\mathrm{e}) = \frac{1}{\mathrm{e}}$
$f''(x) = -\frac{1}{x^2}, \quad f''(\mathrm{e}) = -\frac{1}{\mathrm{e}^2}.$
Så

$$f(x) = 1 + \frac{1}{\mathrm{e}}(x - \mathrm{e}) - \frac{1}{2\mathrm{e}^2}(x - \mathrm{e})^2 + \mathcal{O}((x - \mathrm{e})^3).$$