Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: 9GAM08
Provkod: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2018-10-24 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $f(x, y)$ av klass $\mathcal{C}^1$ som uppfyller
$$\frac{\partial f}{\partial x} + 2x\,\frac{\partial f}{\partial y} = 3y, \qquad f(1, y) = 0.$$
(Förslag: byt till nya variabler $u = x$ och $v = y - x^2$.)

2. Beräkna $\iint_D (x - 1)\,dxdy$, där
$$D = \Big\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \text{ och } x \leq y \leq 0\Big\}.$$

3. $\boxed{\text{Obs! På uppgift 3 ska } \textbf{enbart svar} \text{ lämnas in!}}$
   (a) Bestäm den linje $Ax + By = C$ som tangerar kurvan $3x^2 + 2y = 7 + \sin(2x - y)$ i punkten $(x, y) = (1, 2)$.
   (b) Bestäm riktningsderivatan av $f(x, y) = x^2 - y^4$ i punkten $(3, 2)$, i den riktning som pekar därifrån mot punkten $(0, 4)$.
   (c) Sambandet $y^5 + ye^{3x} - x = 2$ definierar en funktion $y = f(x)$, $x \in \mathbf{R}$. Ange $f(0)$ och $f'(0)$.

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y, z) = x + y + z$ då
$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad \text{och} \quad 2xy = 1.$$

5. Beräkna $\iiint_D z^2\,dxdydz$, där
$$D = \Big\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \text{ och } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\Big\}.$$

6. Låt
$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + x^4 + y^2}{x^2 + xy + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$
   (a) Undersök om f är kontinuerlig i $(0, 0)$.
   (b) Beräkna $f'_x(0, 0)$ och $f'_y(0, 0)$ (om de existerar).

7. Undersök om $f(x, y) = e^{2x+y} - 2x - y - 4xy$ har lokalt extremvärde i origo.