

## Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2019-08-22 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på TATA43 kursens hemsida. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för  $f(x, y, z) = x^2z^2 + 2y^2 + z^2 + 2yz + 2y$ .
2. Beräkna  $\iint_D xy \, dx dy$  där  $D$  ges av  $x^2 - 2x + y^2 + 4y \leq 4$ .
3. Visa att ekvationen  $xy + \sin x + e^y = e$  i en omgivning av  $(x, y) = (0, 1)$  entydigt definierar en  $C^1$ -funktion  $x = f(y)$  och bestäm en tangentvektor till kurvan  $x = f(y)$  i punkten  $(0, 1)$ .
4. Bestäm alla  $C^1$ -lösningar  $u(x, y, z)$  till differentialekvationssystemet

$$\begin{cases} u'_x &= z e^{x+2y} - y \\ u'_y &= 2z e^{x+2y} + 2yz - x \\ u'_z &= e^{x+2y} + y^2 - 1 \end{cases}$$

med villkoret  $u(0, 0, 0) = 3$ .

5. Beräkna  $\iiint_D (x^2 + y^2)z \, dx dy dz$  där  $D$  ges av  $1 \leq 4x^2 + 3y^2 + z^2 \leq 4$ ,  $z \geq 0$  och  $0 \leq 2x \leq 3y$ .
6. Undersök gränsvärdena:

$$(a) \quad \lim_{(x;y;z) \rightarrow (0;0;0)} \frac{x^2y + z^3}{x^2 + y^2 + z^2 + x^2z^2} \quad (1p)$$

$$(b) \quad \lim_{(x;y) \rightarrow (0;0)} \frac{x^4 + y^4}{x^4 + (x - y)^3} \quad (2p)$$

7. Bestäm största och minsta värdet (om de finns) av  $f(x, y) = \frac{3x - 4}{(x - 2y)^2 + 1}$  då  $x \geq 0$  och  $y \geq 0$ . Motivera noga!