Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: 9GMA08
Provkod: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2020-08-20 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till
$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x + y^3 - 15y.$$

2. Finn den C^1-funktion $z(x, y)$ som löser den partiella differentialekvationen
$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 1, \qquad \text{för } x > 0, y \geq 1,$$
och uppfyller randvillkoret $z(x, 1) = \ln x$ för alla $x > 0$, genom att till exempel göra variabelbytet $u = 1/x + \ln y$, $v = 1/y$.

3. Beräkna trippelintegralen $\iiint_D (1 + xz)\, dxdydz$, där
$$D = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0, z \leq 0.$$

4. Beräkna $\iint_D xe^{x-2y}\, dxdy$, där D är triangeln med hörn i $(0, 0)$, $(2, 1)$ och $(1, 3)$.

5. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av
$$f(x, y, z) = (x + y)z$$
då $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ och $x \geq 0$.

6. Finn de punkter på ytan $z^2 = x^2 + y^2 + 3xy + 2$, i vilka ytans tangentplan innehåller $(17, 0, 2)$ och är parallellt med x-axeln.

7. Låt $d(x, y)$ beteckna det kortaste avståndet från punkten (x, y) till kvadraten
$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1.\}$$
Beräkna
$$\iint_{\mathbf{R}^2} e^{-d(x,y)}\, dxdy.$$