Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: 9GMA08
Modul: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2020-11-01 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till
$$f(x, y, z) = x^3 + 3x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xz - 2yz.$$

2. Bestäm alla C^1-lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen
$$xz'_x + yz'_y = 2xye^{-x/y}, \qquad x > 0, y > 0,$$
som uppfyller $z(x, x^2) = 0$ till exempel med hjälp av variabelbytet $u = xy$, $v = x/y$.

3. Beräkna $\displaystyle\iiint_D xz\,dxdydz$, där D ges av olikheterna $x \leq 0$, $z \leq 0$ och $x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 4$.

4. Visa att ekvationen
$$xe^{xz} + xy^3 = z + yz^2$$
i en omgivning av punkten $(x, y, z) = (0, 1, 0)$ entydigt definierar en C^1-funktion $x = x(y, z)$. Beräkna även $x'_y(1, 0)$ och $x'_z(1, 0)$ och bestäm ekvationen för det plan som tangerar ytan i punkten $(x, y, z) = (0, 1, 0)$.

5. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x, y, z) = x + y + z$ på den mängd där $x^2 + y^2 \leq z \leq 2y - x - 1$.

6. Beräkna $\displaystyle\iint_{\mathbf{R}^2} \frac{dxdy}{1 + (x^2 + 4xy + 6y^2)^2}$.

7. Bestäm alla lokala extrempunkter till $f(x, y) = x^2 - 2|x| - 2xy^2$.