Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: 9GMA08
Modul: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2021-05-29 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x,y,z) = 3x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2xz - 2z$$

2. Bestäm alla C^1-lösningar $z(x,y)$ till differentialekvationen

$$xz'_x + 2yz'_y = x^2, \qquad x > 0, y > 0,$$

under bivillkoret $z(x,1) = x^2$, t.ex. genom att göra variabelbytet $u = x, v = x^2/y$.

3. Beräkna $\iiint_D xz\,dxdydz$ där

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 :\ z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, x + y \leq 0\}$$

4. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x,y,z) = x+y+z$ då $x^2+y^2+z^2 \leq 1$ och $2xy = 1$.

5. Bestäm samtliga punkter på ytan $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, där tangentplanet till ytan innehåller punkten $(3,2,2)$ och är parallell med planet $y + z = x + 1$.

6. Visa att ekvationen $y\cos x + \cos y - \cos x = 0$ i en omgivning av $(0,0)$ entydigt definierar en C^2-funktion $y = y(x)$. Undersök om den funktionen har lokalt extremvärde i origo.

7. Låt D vara det obegränsade område i $\mathbf{R}^2$ som beskrivs av olikheterna $x \geq 2$, $y \geq 0$ och $xy \leq 2$. Beräkna värdet hos den generaliserade integralen

$$\iint_D (xy-1)dxdy$$

om den är konvergent, annars visa att den är divergent.