

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2022-01-07 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = x^3 - 5x^2 - 2xy + y^2 + 3x + 6y + 9$$

2. Bestäm volymen av det begränsade området mellan ytorna $z = 2x^2 + 2y^2$ och $z = 1 - 2x^2 - y^2$.
3. Visa att ekvationen $2xy + \sin x + e^y = e$ i en omgivning av $(x, y) = (0, 1)$ entydigt definierar en C^1 -funktion $x = f(y)$ och bestäm tangentlinjens ekvation till $x = f(y)$ i punkten $(0, 1)$.
4. a) Bestäm för $x > 0$ och $y > 0$ alla C^1 -funktioner $f(x, y)$ sådana att $f(1, 1) = 0$ och

$$\begin{cases} f'_x(x, y) = \frac{y}{(x+y)^2} + y + 2 \\ f'_y(x, y) = -\frac{x}{(x+y)^2} + x - 3 \end{cases}$$

(2p)

- b) Visa att det inte finns några C^2 -funktioner $g(x, y)$ sådana att

$$\begin{cases} g'_x(x, y) = \frac{y}{(x+y)^2} + y + 2 \\ g'_y(x, y) = \frac{x}{(x+y)^2} - x + 3 \end{cases}$$

(1p)

5. Beräkna $\iint_D |x^3 - xy^2| dx dy$ där D ges av $x^2 + y^2 \leq 1$, $y \geq 0$.

6. a) Definiera vad som menas med att $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = A$.

b) Undersök $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+xy)}{x^2+y^2}$

c) Undersök $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\ln(1+xyz)}{x^2+y^2+z^2}$

7. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x, y) = \frac{3x-4}{(x-2y)^2+1}$ då $x \geq 0$ och $y \geq 0$.