Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: 9GMA08
Modul: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2022-06-02 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till $f(x,y) = x^3 - y^3 + 3xy$.

2. Beräkna $\iint_D (x-y)\,dxdy$ där D ges av olikheterna $x \geq 1, y \leq 0$ och $(x-1)^2 + 4y^2 \leq 4$.

3. Kroppen D ges av $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 9$, samt $x \geq 0$, $y \leq 0$ och $z \leq 0$. Bestäm tyngdpunktens y-koordinat:
$$y_T = \frac{\iiint_D y\,dxdydz}{\iiint_D dxdydz}$$

4. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x,y) = x + 2y + z$ då $2x^2 + y^2 + 2z^2 = 20$ och $x + 2y \geq 0$.

5. a) Visa att ekvationen $2e^{x+y+z} = -xyz$ implicit definierar C^1-funktion $z(x,y)$ i en omgivning till punkten $(1,1,-2)$. (1p)

   b) Bestäm $z'_x(x,y)$ och $z'_y(x,y)$ (1p)

   c) Har $z(x,y)$ lokalt maximum eller minimum i $(1,1)$? (1p)

6. Bestäm alla C^2-lösningar $z(x,y)$ till differentialekvationen
$$xyz''_{xx} - y^2 z''_{xy} + (y + y^2)z'_x = 0, \quad x > 0, y > 0,$$
under bivillkoret $z(x,x) = 0$, till exempel genom att göra variabelbytet $u = xy$, $v = y$.

7. Låt
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - y^4}{x^3 + y^3}, & (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   a) Undersök de partiella derivaturna $f'_x(0,0)$ och $f'_y(0,0)$. (1p)

   b) Avgör om $f(x,y)$ är kontinuerlig i punkten $(0,0)$. (2p)