Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: 9GMA08
Modul: STN1

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2023-01-05 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till $f(x,y) = \dfrac{2}{3}x^3 - x^2 - 2y^2 + 4xy$

2. Bestäm ekvationen för tangentplanet till ytan $xz^2 + x^2 - xy - 4y = 0$ de punkter där linjen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ skär ytan.

3. Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{1}{\sqrt{y + yx^2}}\,dxdy$ där $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 < y < \dfrac{1}{1+x^2},\ 0 \le x \le 1\}$.

4. Bestäm alla C^2-lösningar $u(x,y,z)$ till differentialekvationssystem:
$$\begin{cases} u'_x &= 2\sin^2 y - z \\ u'_y &= 2x \sin 2y - z \sin y \end{cases}$$
under bivillkoret $u(x,0,x) = x$ för alla $x \in \mathbf{R}$.

5. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 2z$ på den mängd där $x^2 + y^2 + z^2 \le 12$ och $x - 2y - z \ge 0$.

6. Beräkna
$$\iiint_D xyz\,dxdydz$$
där D ges av olikheterna $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$, $z^2 \ge 3(x^2 + y^2)$, $x \ge 0, y \ge 0$ och $z \le 0$.

7. (a) Visa att ekvationen $\sin(x^2 y) = y^3 - 1$ i en omgivning av punkten $(0,1)$ definierar en C^1-funktion $y = y(x)$. (1p)

   (b) Visa ytterligare att funktionen $y = y(x)$ är av klass C^2 i en omgivning av punkten $(0,1)$. (1p)

   (c) Avgör sedan om denna funktion har lokalt maximum eller lokalt minimum i punkten $x = 0$. (1p)