

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2023-06-01 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till $f(x, y, z) = 2x^2z - 2x^2 - y^2 - 2z^2 - 2y - 4z$.
2. Normallinjen genom $(1, 3)$ till kurvan $y^2 = 3x^2 + 6$ skär kurvan i ytterligare en punkt. Vilken?
3. Beräkna $\iint_D \frac{x}{x+y} dx dy$ där D ges av $1 \leq x+y \leq 2x-y \leq 4$.
4. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x, y, z) = x - z^2$ då $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ och $z \geq 0$.
5. Bestäm alla C^2 -lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$xz''_{xx} - yz''_{xy} + z'_x = 2xy, \quad x > 0, y > 0,$$

t. ex. genom att göra variabelbytet $u = xy, v = y$.

6. (a) Definiera vad som menas med att en funktion $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ är differentierbar i (a, b) . (1p)
(b) Visa att om $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ är differentierbar i (a, b) så är $f(x, y)$ partiellt deriverbar där. (1p)
(c) Avgör om funktionen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + 3y^3 - yx^3}{3x^2 + y^2} & \text{då } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{då } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

är differentierbar i origo. (1p)

7. Beräkna volymen av skärningen mellan den cirkulära cylindern $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1\}$ och den kvadratiske cylindern $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : |x| + |y| \leq 1\}$.