

Tentamen i 9GMA08 Matematik: Flervariabelanalys

2023-08-16 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/14 poäng med minst 3/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg G/VG. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

- Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till $f(x, y) = \frac{2x}{y} + \frac{4}{x} - y$
- (a) Bestäm normallinjen genom $(2, 1, 1)$ till ytan $x^2 + x - 6y + z^3x = 2$. (2p)
(b) Avgör om denna normalinje ligger i planet $x + 2y + z = 5$? (1p)

- Beräkna $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ där D ges av $1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$ och $3y^2 \geq x^2$.

- Bestäm alla C^1 -lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$xz'_x + yz'_y = 1 + x, \quad x > 0, y > 0,$$

under villkoret $z(1, y) = 1$ t. ex. genom att göra variabelbytet $u = x/y, v = y$.

- Området D begränsas av ytorna $z = x^2 + y^2$ och $z^2 = 20 - x^2 - y^2$. Beräkna integralen $\iiint_D z dx dy dz$.

- Betrakta ekvationen $x^2 + 2xz + y^3 - yz + z^4 = 4$.

(a) Visa att ekvationen i en omgivning av punkten $(1, 1, 1)$ implicit definierar en C^1 funktion $z = z(x, y)$. (1p)

(b) I vilken riktning från punkten $(1, 1, 1)$ växer $z(x, y)$ snabbast? (2p)

- Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x, y) = \frac{xy}{4 + x^4 + y^4}$ då $x \geq 0$ och $y \geq 0$.