

Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2018-10-24 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $f(x, y)$ av klass C^1 som uppfyller

$$\frac{\partial f}{\partial x} + 2x \frac{\partial f}{\partial y} = 3y, \quad f(1, y) = 0.$$

(Förslag: byt till nya variabler $u = x$ och $v = y - x^2$.)

2. Beräkna $\iint_D (x - 1) dx dy$, där

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \text{ och } x \leq y \leq 0 \right\}.$$

3. Obs! På uppgift 3 ska **enbart svar** lämnas in!

- (a) Bestäm den linje $Ax + By = C$ som tangerar kurvan $3x^2 + 2y = 7 + \sin(2x - y)$ i punkten $(x, y) = (1, 2)$.
- (b) Bestäm riktningsderivatan av $f(x, y) = x^2 - y^4$ i punkten $(3, 2)$, i den riktning som pekar därifrån mot punkten $(0, 4)$.
- (c) Sambandet $y^5 + ye^{3x} - x = 2$ definierar en funktion $y = f(x)$, $x \in \mathbf{R}$. Ange $f(0)$ och $f'(0)$.

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y, z) = x + y + z$ då

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad \text{och} \quad 2xy = 1.$$

5. Beräkna $\iiint_D z^2 dx dy dz$, där

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \text{ och } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \right\}.$$

6. Låt

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + x^4 + y^2}{x^2 + xy + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Undersök om f är kontinuerlig i $(0, 0)$.
- (b) Beräkna $f'_x(0, 0)$ och $f'_y(0, 0)$ (om de existerar).

7. Undersök om $f(x, y) = e^{2x+y} - 2x - y - 4xy$ har lokalt extremvärde i origo.