

Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2019-01-09 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner $f(x, y, z)$ som uppfyller

$$\begin{aligned}f'_x(x, y, z) &= 2xze^z - y, \\f'_z(x, y, z) &= x^2e^z + zx^2e^z + ze^y, \\f(1, y, 0) &= y.\end{aligned}$$

2. Beräkna

$$\iiint_D \frac{yz}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

där D ges av $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, $0 \leq x \leq y$ och $z \geq 0$.

3. Bestäm största och minsta värde, om de finns, av $3 + x - x^2 - y^2$ då $2x^2 + y^2 \leq 1$ och $x \leq 0$.
4. Bestäm alla tangentplan till ytan $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ som är parallella med planet $3x - 2y + 2z = 0$.
5. Beräkna

$$\iint_D x dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2 \text{ och } y \leq x \leq 1\}.$$

6. Avgör om

$$f(x, y) = 4(\cos x + \cos y) + \frac{1}{1 - (x - y)^2}$$

har ett lokalt maximum eller minimum i origo.

7. Ekvationen $x^7 + x = 2$ har exakt en reell lösning, $x = 1$. så blir lösningen $x(\varepsilon)$ en \mathcal{C}^1 -funktion av ε , för ε nära noll. Ange $x(0)$ och $x'(0)$, och bestäm med hjälp av detta en approximation till lösningen av ekvationen $x^7 + \frac{101}{100}x = 2$.