

## Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2019-06-03 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla funktioner  $z(x, y)$  som uppfyller ekvationssystemet

$$\begin{aligned}z'_x &= y^2 e^x + 1, \\z'_y &= 2y e^x - 2,\end{aligned}$$

samt bivillkoret  $z(0, y) = y^2 - 2y + 4$ .

2. Beräkna  $\iint_D (3y - 2x)(2x - y) dx dy$ , där  $D$  är triangeln med hörn i  $(0, 0)$ ,  $(2, 4)$  och  $(3, 2)$ .

3. Bestäm alla konstanter  $A$  sådana att  $x - 2y + 2z = A$  blir ett tangentplan till ytan  $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 16$ .

4. Avgör om funktionen  $f$  har en lokal extrempunkt i origo om

(a)  $f(x, y, z) = 1 - x^2 - y^2 + z^3$ , (1p)

(b)  $f(x, y) = 1 + x^2 + 2y^2 + \sin(xy)$ . (2p)

5. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av funktionen  $f(x, y) = xy$  då  $x^2 + 2xy + 4y^2 \leq 3$  och  $y \leq x$ .

6. Beräkna

$$\iiint_D y e^{-(x^2+y^2+z^2)^2} dx dy dz$$

där området  $D$  ges av olikheterna  $x > 0$ ,  $y < 0$  och  $z < 0$ .

7. Bestäm funktionalmatrisen till

$$(x, y, z) = \bar{f}(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, \sin(u + v))$$

i punkten  $(u, v) = (\pi, 0)$ . Bestäm även ekvationer för tangentplanet till parameterytan  $(x, y, z) = \bar{f}(u, v)$  i punkten  $\bar{f}(\pi, 0)$  på parameter- och normalform.