

## Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2020-08-20 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x + y^3 - 15y.$$

2. Finn den  $C^1$ -funktion  $z(x, y)$  som löser den partiella differentialekvationen

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 1, \quad \text{för } x > 0, y \geq 1,$$

och uppfyller randvillkoret  $z(x, 1) = \ln x$  för alla  $x > 0$ , genom att till exempel göra variabelbytet  $u = 1/x + \ln y$ ,  $v = 1/y$ .

3. Beräkna trippelintegralen  $\iiint_D (1 + xz) \, dx dy dz$ , där

$$D = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0, z \leq 0.$$

4. Beräkna  $\iint_D x e^{x-2y} \, dx dy$ , där  $D$  är triangeln med hörn i  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$  och  $(1, 3)$ .

5. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av

$$f(x, y, z) = (x + y)z$$

då  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$  och  $x \geq 0$ .

6. Finn de punkter på ytan  $z^2 = x^2 + y^2 + 3xy + 2$ , i vilka ytans tangentplan innehåller  $(17, 0, 2)$  och är parallellt med  $x$ -axeln.
7. Låt  $d(x, y)$  beteckna det kortaste avståndet från punkten  $(x, y)$  till kvadraten

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1.\}$$

Beräkna

$$\iint_{\mathbf{R}^2} e^{-d(x,y)} \, dx dy.$$