

Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2020-11-01 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till

$$f(x, y, z) = x^3 + 3x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xz - 2yz.$$

2. Bestäm alla C^1 -lösningar $z(x, y)$ till differentialekvationen

$$xz'_x + yz'_y = 2xye^{-x/y}, \quad x > 0, y > 0,$$

som uppfyller $z(x, x^2) = 0$ till exempel med hjälp av variabelbytet $u = xy$, $v = x/y$.

3. Beräkna $\iiint_D xz \, dx dy dz$, där D ges av olikheterna $x \leq 0$, $z \leq 0$ och $x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 4$.

4. Visa att ekvationen

$$xe^{xz} + xy^3 = z + yz^2$$

i en omgivning av punkten $(x, y, z) = (0, 1, 0)$ entydigt definierar en C^1 -funktion

$x = x(y, z)$. Beräkna även $x'_y(1, 0)$ och $x'_z(1, 0)$ och bestäm ekvationen för det plan som tangerar ytan i punkten $(x, y, z) = (0, 1, 0)$.

5. Bestäm största och minsta värdet, om de finns, av $f(x, y, z) = x + y + z$ på den mängd där $x^2 + y^2 \leq z \leq 2y - x - 1$.

6. Beräkna $\iint_{\mathbf{R}^2} \frac{dx dy}{1 + (x^2 + 4xy + 6y^2)^2}$.

7. Bestäm alla lokala extrempunkter till $f(x, y) = x^2 - 2|x| - 2xy^2$.