Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Utbildningskod: TATA43
Modul: TEN1

Tentamen i TATA43 Flervariabelanalys

2022-10-27 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Resultatet blir klart inom 10 arbetsdagar. Information om visning ges då på kursens hemsida. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter till $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4xy + y^3$

2. Bestäm alla plan som tangerar ytan $z^4+y^2-x^2 = 1$ och är parallella med planet $x+y+2z = 1$.

3. Beräkna $\iint_D (x+y)e^{(x-2y)^3}\,dxdy$ där D är triangeln med hörn i $(0,0)$, $(1,-1)$ och $(3,0)$.

4. Beräkna
$$\iiint_D \frac{z\,dxdydz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$
där D ges av olikheterna $1 \le z \le 2$ och $x^2+y^2 \le z^2$.

5. Bestäm alla C^2-lösningar $z(x,y)$ till differentialekvationen
$$xz''_{xx} - yz''_{xy} + z'_x = 4x, \quad x > 0, y > 0,$$
under bivillkoret $z(x,x) = x^2$, $z(0,y) = y$ till exempel genom att göra variabelbytet $u = xy$, $v = y$.

6. Visa att ekvationsystemet
$$\begin{cases} x + e^y + \ln z &= e \\ e^x + \ln y + z &= 2 \end{cases}$$
i en omgivning till punkten $(0,1,1)$ definierar C^1-funktioner $y(x)$ och $z(x)$. Avgör dessutom för var och en av dessa funktioner huruvida de har lokalt extremvärde i $x = 0$.

7. Betrakta funktionen
$$f(x,y) = \begin{cases} y^2 \arctan \dfrac{x}{y^2}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$
Visa att $f(x,y)$ är differentierbar i origo men ej av klass C^1.