LINKöPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys/ TEN 1.
2010-08-27, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys.* Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av det ytstycke S som definieras genom ortsvektorn $\mathbf{r}(s,t) = (s\cos t, s\sin t, s^2)$ med $0 \le s \le t,\ 0 \le t \le 1$. Motivera noga.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = (x^2+y^2)\hat{\mathbf{x}} + (y^2+z^2)\hat{\mathbf{y}} + (x^2+y^2)\hat{\mathbf{z}}$ genom konen $S : z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}$ med $z \ge 0$ och $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{z}} > 0$ där $\hat{\mathbf{n}}$ är enhetsnormalen till S.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = xz\hat{\mathbf{x}} + (xy^2 + 2z)\hat{\mathbf{y}} + (xy + z)\hat{\mathbf{z}}$ och Γ är kurvan $\Gamma = \Gamma_1+\Gamma_2+\Gamma_3$ med $\Gamma_1 : x = 0,\ y^2+z^2 = 1,\ z > 0,\ y : -1 \to 1$; $\Gamma_2 : z = 0,\ x+y = 1,\ y : 1 \to 0$; $\Gamma_3 : z = 0,\ x - y = 1,\ y : 0 \to -1$.

4. För vilka konstanter a, b är vektorfältet $\mathbf{A} = (axy + z^2)\hat{\mathbf{x}} + 2x^2\hat{\mathbf{y}} + (3z^2 + bxz)\hat{\mathbf{z}}$ ett potentialfält? Beräkna för dessa värden integralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är en godtycklig kurva med startpunkt i $(0, 0, 0)$ och ändpunkt i $(1, 1, 0)$.

5. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = \dfrac{x}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{x}} + \dfrac{y}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{y}}$ genom ytan $S : x^2+y^2 = z+1,\ 0 \le z \le 1$ så att $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{z}} > 0$ där $\hat{\mathbf{n}}$ är enhetsnormalen till S. Motivera noga.

6. Γ är skärningskurvan mellan planet $z = 2$ och den elliptiska cylindern $x^2 + 4y^2 = 4$. Beräkna $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ med $\mathbf{A} = \dfrac{-y}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{x}} + \dfrac{x}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{y}}$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 39)$. Motivera noga.