

TATA 44 Vektoranalys/ TEN 1.
2010-01-15, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n , $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.

Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.

Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

1) Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = y\hat{x} - x\hat{y} + z\hat{z}$ och Γ är skärningskurvan mellan planet $x + y + z = 1$ och cylindern $x^2 + y^2 = 1$. Γ genomlöps moturs sett från $(0, 0, 1)$

2) Bestäm en potential till vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = (2x + z) \cos(x^2 + xz)\hat{x} - (z + 1) \sin(y + yz)\hat{y} + [x \cos(x^2 + xz) - y \sin(y + yz)]\hat{z}$$

och beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är kurvan $\mathbf{r}(t) = t^3\hat{x} + t^2\hat{y} + (\pi t - \sin \frac{\pi t}{2})\hat{z}$ med $t : 0 \rightarrow 1$.

3) Beräkna

$$\int_{\Gamma} (3x^2 + 4y)dx + (y^4 + 3y^2 + x)dy$$

där Γ är kurvan $x^2 + y^2 = 1$, $y \geq 0$. Γ genomlöps moturs.

4) Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x\hat{x} - 2y\hat{y} + z\hat{z}$ genom ytan $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 1$, $y \geq 0$.

5) Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x\hat{x} + y\hat{y} - 2z\hat{z}$ ut ur den del av ytan $2z = x^2 + y^2$ som uppfyller $x^2 + y^2 + z^2 < 3$.

6) Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = \frac{x}{r^3}\hat{x} + \frac{y}{r^3}\hat{y} + \frac{z}{r^3}\hat{z}$ ut ur ytan $5x^2 + 10y^2 + 15z^2 = 100$ där $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.