LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2012-08-24, kl 08.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av halvsfären $x^2+y^2+z^2 = 2, \quad z \geq 0$ som ligger innanför cylindern $x^2 + y^2 = 1$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = 2x^2y\hat{x} - xy^2\hat{y} + (z - 2xyz)\hat{z}$ ut genom ytan $z = 4 - (x^2 + y^2),\ 0 \leq z \leq 2$ i riktning $\hat{n} \cdot \hat{z} > 0$.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(x, y, z) = (1 + z^2)\hat{x} + 2yz\hat{y} + (2xz + y^2)\hat{z}$ och Γ är skärningskurvan mellan ellipsoiden $x^2 + 6y^2 + 3z^2 = 9$ och planet $x + y + z = 0$ med $x \geq 0$. Startpunkten har positiv z-koordinat.

4. Bestäm $f(x, y)$ med $f(0, 0) = 0$ så att vektorfältet

$$\mathbf{A} = (z^2 + 2xy + 2z + y)\hat{x} + (x^2 + 2yz + x)\hat{y} + (2xz + f(x, y))\hat{z}$$

har en potential och beräkna alla potentialer till $\mathbf{A}$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(\rho, \phi) = 2\rho\cos\phi\,\hat{\rho} - \left(\rho + \dfrac{1}{\rho}\right)\sin\phi\,\hat{\phi}$ och Γ är kurvan $5x^2 + 6y^2 = 10$ med $y \geq 0$. Kurvan genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2)^2}(x, y, z)$$

genom ytan $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2},\ 0 \leq z \leq 2$ i riktning $\hat{n} \cdot \hat{z} > 0$.